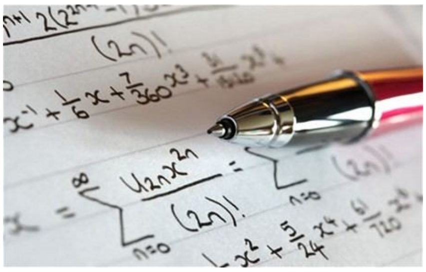
Кыргыз Республикасынын билим берүү жана илим министирлиги.

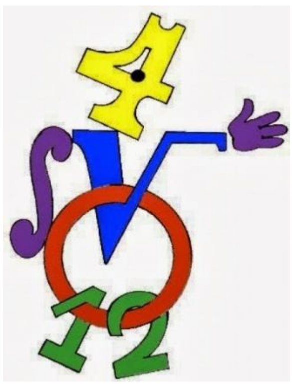
Ош гуманитардык–педагогикалык иниституту

Мадраимов С., Аттокурова А., Закиров Н., Култаев Г.,
Тагаева Д., Арынбаев Э.

Математика боюнча олимпиалалык маселелер жана алардын чыгарылыштары.

(Орто мектептин математика мугалимдерине усулдук колдонмо)





Ош-2013.

У Д К

Б Б К

Релензениттер: ОшГУнун доценти, ф.-м.и.к. У.Сопуев,

ОГПИнин жогорку математиканы окутуунун усулу кафедрасынын ага окутуучусу Ж.Алиева

Мадираимов Сапарбек, Аттокурова Анара, Закиров Низаминдин,Култаева Г, Тагаева Дамира, Арынбаев Эралы.

Математика боюнча олимпиадалык маселелер жана алардын чыгарылыштары (орто мектептин математика мугалимдерине усулдук колдонмо)

Бул усулдук колдонмо көптөгөн математика мугалимдеринин суроо-талаптарынын негизинде жазылды.

Усулдук колдонмо илимий билимдерди жайылтуу жана окуучулардын илимий ишмердикке дилгирлигин арттыруу ,ошондой эле зээндүү окуучуларды табуу, алардын интелектуалдуу өнугүүсүнө жана кесиптик багыт алуусуна алгылыктуу шарттарды түзүү максатын көздөгөн билим берүү процессин бардык катышуучуларына арналат.

Математика боюнча олимпиадаларга ийгиликтуу даярдоо үчүн мугалимдерге жана мектеп жетекчилерине усулдук колдонмо   китеп жардам берет деп ойлойбуз.

Ош гуманитардык-педагогикалык институтунун
Окмуштуулар кеңешин 20-декабр, 2013-жылдагы
Чечими менен басууга сунушталат.

Киришүү.

§1. Кыргызстандагы математикалык олимпиада кыймылынын тарыхы.
§2. 5-9-класстардын математикасы боюнча олимпиадалык маселелер жана   алардын   чыгарылыштары.
§3 10-11-класстардын математикасы боюнча олипиадалык маселелер жана   алардын   чыгарылыштары.
§4 Өз алдынча иштөө үчүн олимпиадалык маселелер.
Пайдаланылган адабияттар.

КИРИШУУ

Сунуш кылынып жаткан «Математика боюнча олимпиадалык маслелер боюнча усулдук колдонмосу» республикалык жана эл аралык олимпиадалардын материалдарын пайдалануу менен, Кыргыз Республикасынын Билим берүү жана илим министрлигинин ченемдик документтеринин негизинде даярдалды.

Бул усулдук колдонмону тузүү максаты - окуучулардын республикалык олимпиадасынын бардык этаптарын даярдап өткөрүү процессине тартылган жалпы билим берүү уюмдардын жетекчилерин, мектеп мугалимдерин, кошумча билим берүү боюнча педагогдорду керектүү маалымат менен камсыз кылуу. Бул басылмада математикалык багыт боюнча материалдар берилген.

Усулдук колдонмо илимий билимдерди жайылтуу жана окуучулардын илимий ишмердикке дилгирлигин арттыруу, ошондой эле зээндуу окуучуларды табуу, алардын интеллектуалдык өнүгүүсүнө жана кесиптик багыт алуусуна эң алгылыктуу шарттарды түзүү максатын көздөгөн билим берүү процессинин бардык катышуучуларына арналат. Ал предметтик олимпиадаларга ийгиликтуу катышуу үчүн команданы даярдоону каалаган мектеп жетекчилерине жана педагогдоруна да керек болот.

Усулдук колдонмонун негизги мазмуну ченемдик-укуктук жана усулдук-программалык ченемдерди сактоо менен түзүлгөн.

Ченемдик-укуктук документтердин негизине окуучулардын республикалык олимпиадасын өткөрүү жөнүндөгү жобосунан үзүндүлөр. уюштуруучуга, калыстар тобунун мүчөсүнө, команданын катышуучусуна жана жетекчисине жалпы көрсөтмөлөр, олимпиада катышуучулары үчүн талаптар жана эскерткичтер, олимпиаданын тажрыйбалык (эксперименттик) түрүн өткөрүүдөгү коопсуздук гехникасынын эрежелери киргизилди.

Программалык-усулдук бөлүмдө маселелердин үлгүлөрү жана алардын чыгарылышы, эл аралык жана республикалык олимпиадалардын үчүичү жана төртүнчү этаптарында пайдаланылгаи тесттердин ар түрдүү типтери көрсөтүлгөн. Бирок бул көрсөтмөлөр маселелерге карата багыт берүүчү гана мүнөздө болгондуктан, мугалимдерге олимпиадалык материалдарды иайдалануунун ылайыктуу жолдорун түшүндүрөт. Мында мисалдардын болжолдуу деңгээлин, ошондой эле аларды тариздөөгө жана аткарууга коюлуучу талаптар көрсөтүлөт.

Бул колдонмодогу олимпиадалык тапшырмалардын түрү, көлөмү жана татаалдык даражалары ар түрдүү. Мугалим тиги же бул иш үчүн ар бир тема боюнча ылайыктуу материалды тандап, аны бүт бойдон же айрым бөлүктөрүн колдонсо болот.

Усулдук колдонмо 4 бөлүмдөн турат. Ар бир бөлүмдө мурункусунда баяндалган маалыматтар пайдаланылат.

Бул колдонмону тузууте окумуштуулар, педагог практиктер, мектептердин жана кошумча билим берүү уюмдарынынын жетекчилери, ошондой эле билим берүү бөлүмдөрүнүн адистери катышты.

Математика багыты боюнча олимпиадалык маселелерди тандоодо М.Алтыбаева ж.б. «математика боюнча олимпиадалык маселелер» Ош 2002, И.Бекбоев ж.б. «геометрия курсунун жаңы окуу китебиндеги «татаалырак» маселелердин чыгарылыштары» Бишкек – 2001, Г.А.Галөперин, А.К.Толпыгонун «Московские математические олимпиады » М.1986, «Республиканская олимпиада школөников по математике за 2003-2012» Бишкек 2012 аттуу китептерди пайдаландык.

Авторлор жамааты бул колдонмо жалпы эле педагогдорду кызыктырат деп ишенет жана бардык сын пикирлер, сунуштар үчүн алдын ала ыраазылык билдирет.

Ош шары 714018

Н.Исанов көчөсү 73

Ош гуманитардык-

Педагогикалык институту

1§. Кыргызстандагы олимпиада кыймылынын тарыхынан

Салттуу экзамендерге алөтернатива катары так илимдер боюнча мелдештерди уюштуруу идеясы 1894-жылы Венгрияда математика боюнча олимпиада өткөрүлгөндө пайда болгон.

Андан кийин мындай мелдештер башка предметтер боюнча да уюштурулган. Алгач алар жергиликтуу, б.а. расмий эмес түрдө өткөрүлгөн, кийин улуттук (жалпы мамлекеттик), акырында катышуучу өлкөлөрдүн саны көбөйүп, эл аралык олимпиадага айланган. Кээ бир предметтер боюнча регионалдык мамлекеттер аралык олимпиадалар да өткөрүлө баштаган.

Азыркы мезгилде жогорку класс окуучуларынын так илимдер боюнча төмөнкүдөй эл аралык олимпиадалары өткөрүлөт:

- ▪ эл аралык математикалык олимпиада (ЭМО, 1959-жылдан бери);
- ▪ эл аралык физикалык олимпиада (ЭФО, 1967-жылдан бери);
- ▪ эл аралык химиялык олимпиада (ЭХО, 1968-жылдан бери);
- ▪ эл аралык информатика боюнча олимпиада (ЭИ О, 1989-жылдан бери);
- ▪ эл аралык биологиялык олимпиада (ЭБО, 1990-жылдан бери).

Кыргызстанда математика боюнча Республикалык олимпиада 1962-жылы өткөрүлгөн. Кыргызстандын командалары Бүткүл союздук олимпиадаларга 1964- жылдан баштап катыша баштаган.

Математика боюнча XXI Бүткүл союздук олимпиада 1987- жылы Кыргызстанда өткөрүлгөн. Эл аралык математикалык олимпиадага Кыргызстандын командасы 2000- жылдан бери катышып 2003- жылга чейин 1 коло, 2003- жылы Японияда 2 коло, 2004- жылы Грецияда 1 коло, 2005- жылы Мексикада 2 коло, 20007- жылы Вөетнамда 1 коло, 2009- жылы Германияда 3 Ардак грамота, 2010- жылы Казакстанда 1 күмүш жана 1 коло медалга ээ болушкан.

Ош областтык олимпиадалардын жеңүүчүлөрү республикалык, андан ары союздук, эл аралык олимпиадаларга чейин катышып, алдыңкы орундарды ээлеп, сыймыкка ээ болуп жүрүшөт. Эл аралык олимпиадаларга

катышуучулардын атап кетсек, Ош шарындагы № 28 лицей мектебинин окуучулары Токсобаев Н (1992-ж, Новосибирский шаары) Алиев К.(1992-ж, Турция, Стамбул шаары) Мадышев С., (1994-ж, Гонканг). Ош шаарындагы Бөкөнбаев атындагы мектептин окуучусу Ташөбаев У. (№1994-ж, Гонкана) Ош шаарындагы №3 мектептин окуучусу Абдувалиев М., (1999-ж, Гумыния, Бухарест шары 2000-ж, Түштүк Корея, Сеул шаары). «Сема» Кыргыз –Түрк лицейинин окуучусу Субанов М (2000-ж, Түштүк Корея, Сеул шаары) ж.б.
Математикалык олимпиадалардын негизги максаты:

1. Окуучулардын математика предметине болгон кызыгуусун арттыруу, (зээндүү, шыктууокуучуларды табу,);
2. Зээндүү шыктуу окуучуларды табу;
3. Математика боюнча класстан, мектептен тышкары иштерге катыштыруу;
4. Математика боюнча окумуштууларды жана адистерди мындай окуучулар менен иштөөгө тартуу;
5. Таланттуу окуучулар менен иштөөнү стимулдаштыруу ж.б.у.с.

Кыргызстанда математика боюнча биринчи республикалык олимпиада 1962-жылы өткөрүлгөн. Кыргызстандын командалары Бүткүл союздук олимпиадаларга 1964-жылдан бери катыша башташкан.

Олимпиаданын максаты - көп тапшырма аткаруу эмес, көп упай топтоо. Ошондуктан олимпиаданын катышуучусу:

- эң жеңил тапшырмадан баштоосу керек;

- маселени толук чыгара албай калган учурда, билгенин кылдаттык менен жазып чыгып бир нече упай алса болот;

- өзүнө жаккан тапшырмасын кеңири чечмелөөгө убактысын жана дараметин коротпой, кийинки тапшырмаларга өтө бергени оң.

Олимпиада үчүн интеллектуалдык гана эмес, дене тарбиялык жана психологиялык да даярдык керек.

Математика боюнча олимпиаданын катышуучусуна

Эстеткич

1. Сиз геометриялык жана канцелярдык куралдарга: көк стержендүү эки ручкага, карандашка, сызгычка, өчүргүчкө, транспортирге, бурчтукка ээ болууга тийишсиз.
2. Өз кагаздарыңызды алып келүүгө тыюу салынат. Бардык зарыл кагаздар катышуучуларга олимпиаданы уюштуруучулар тарабынан берилет.
3. Маселелердин чыгарылыштарын кыргыз же орус тилдеринде жазса болот. Калыстар тобунун төрагасы менен макулдашылган учурда жумушту англис тилинде жазууга мүмкүнчүлүк берилет.
4. Сиз маселелердин шарттарына тиешелүү бардык суроолорду жазма түрүндө гана, алгачкы 30 мүнөттүн ичинде бере аласыз. Суроо «Мага шарты түшүнүксүз» тибинде болбостон, айкын болууга тийиш жана жооп баарына жарыяланат.

Эгерде сиз маселени толук чыгара албасаңыз, анда анын жарым-жартылай чыгарылышын жазышыңыз мүмкүн, бирок жооп бардык учурларда туура болууга тийиш, антпесе калыстар тобу мындай жумуш үчүн 0 балл коюшу мүмкүн.

Маселен:

$(x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2 + 15 \backslash 2)$ туюнтмасынын минималдык маанисин табууда (5 упай)

«Мен n=1 болгондо гана чыгара алдым; жооп $\frac{15}{2}$», «бул туюнтма ар дайым оң» жооптору үчүн сиз 1 упай алышыңыз мүмкүн. Бирок, «7» жообу үчүн сиз 0 упай аласыз.

5. Сиз таза жазууларды гана тапшырууга тийишсиз, анткени черновиктер кабыл алынбайт
6. Жумуштарды текшерүүнүн алдын ала натыйжалары «№… маселеде далилдөө талап кылынат» эскертме менен илип коюлат.

Эгерде сиздин ишиңизде мындай эскертмелер жазылган болсо, анда токтоосуз калыстар тобунун алдында жарым сааттын ичинде жооптун далилдерин жазып беришиңиз керек. Бул жазылгандар калыстар тобунун төрагасынын «эсепке алынды /эсепке алынбады" белгилөөсү менен бирге жумушка тиркелет. Катышуучу келбей калса же «эсепке алынбады» белгиси коюлса, маселе үчүн упай калыстар тобунун ыктыяры боюнча төмөндөтүлөт.

7. Алдын ала натыйжалар илингенден кийин сиз жарым сааттын ичинде аппелляцияга берүү укугуна ээсиз. Проблемалуу маселенин чыгарылышын биргелешип талдоо жасагандан кийин сиз калыстар тобунун айткан упайлары менен макул болбосоңуз апелляциялык баракчага кол койбоого укуктуусуз.

Биздин олимпиадалык маселелердин кичинекей жыйнагы класс боюнча бөлүнүп, окуучулардын жаштык өзгөчөлүгү жана окуу программасынын көлөмү эске алынды. Жыйнактын акырында жооптор жана көмөкчү болуучу көргөзмөлөр сунуш кылынат. Жооптор жана көргөзмөлөр бөлүгүндө толук чыгарылышы берилбестен, ал маселени чыгаруу үчүн пайдаланылуучу теоремалар жана касиеттер берилет. Ал эми бул болсо бир аз эмгек кылуу менен өз эмгегин баалоого түрткү берет деген ойдобуз.

Олимпиадага катышуучулардын жетекчилери жана катышуучулар менен аңгемелешүүдо, алардын көпчүлүгү, кыргыз тилинде олимпиада боюнча материалдын жетишсиздиги жөнүндөгү ойлорун айтышат. Ошол себептен бул кичинекей жыйнагыбыз окуучулардын муктаждыгына жарап калаар деген ойдобуз.

2§. 5-9-класстардын математикасы боюнча олимпиадалык маселелер жана алардын чыгарылыштары

5-КЛАСС

1. Катер дарыянын агымы боюнча саатына 14,5 км ылдамдыкта, ал эми дарыянын агымына каршы саатына 9,5 км ылдамдыкта бара жатат. Катердин өз ылдамдыгын жана дарыянын агымынын ылдамдыгын тапкыла.
2. Бир сан экинчисинен 0,7ге кичине жана анын 0,75ин түзөт. Бул санды тапкыла.
3. Биринчи жана экинчи участок биригип бардык аянт 92 гектардын 0,75ин түзөт, экинчи участок биринчи участоктон 15 гектарга ашык. Ар бир участоктун аянтын тапкыла.

   Чыгарылышы: Биринчи участоктун аянтын x деп алып төмөнкүгө ээ болобуз:

   $x+(x+15)=92\cdot0,75=69$

4. 8ге калдыксыз бөлүнүүчү эки орундуу сандардын көптүгү жана 9га калдыксыз бөлүнүүчү эки орундуу сандардын көптүгү бирдей санда болушабы?

   Чыгарылышы: 8ге жана 9га калдыксыз бөлүнө турган эң чоң эки орундуу сандарды 8 менен 9га эселүү болгон сандарды табабыз.

   99:9=11, 11-1=10 жана 96:8=12, 12-1=11

   Көптүктөр бирдей санда эмес экен.

5. Бир канча чака бензин бочкада сакталып турат. 9 литрдик жана 5 литрдик бидондордун жардамы менен андан 6л бензинди кантип куюп алууга болот?

Чыгарылышы: $5\cdot3-9=6$

Чыгарылышы: Кичине бурч x, ага жандаш бурч $x+40^\circ$. Тендеме түзөбүз.

$$x+x+40^0=180^\circ$$

6. Кең бурчтун биссектрисасы аны эки тар бурчка бөлөрүн далилдегиле

Чыгарылышы: Кең бурчтун аныктоосунан $90^\circ < x < 180^\circ$ барабарсыздыгын алабыз.

7. Эгерде кошулуучулардын бирин эки эселентсек, анда бул сумма кошулуучуга барабар болгон санга чоңое тургандыгын далилдегиле?

Чыгарылышы: Натуралдык санга көбөйтүү амалынын аныктоосун эске алгыла.

8. «Метеор» теплоходу менен катер биригип саатына 100 км аралыкты өтөт. «Метеор» катерге караганда саатына 3 эсе ашык аралык өтөт. Алардын ар бири саатына канча километр өтөт?

Чыгарылышы: Тендеме түзүү керек: $x + 3 \cdot x = 100$

9. Амалдарды аткаргыла

$$\frac{\frac{3}{4} * 1.8 * 1\frac{5}{8} / 00.7}{\frac{1}{5} / 0.49 * 2\frac{5}{8}} = 21.6$$

10. 7 санына бөлгөндө калдыкта кандай сан чыкса, тийиндиде да ошондой санды берүүчү бардык сандарды тапкыла?

Чыгарылышы: Бөлүнө турган санды a деген калдык да a болсун, анда $7a + a = 8a$ болот. a саны $1,2,3,4,5,6$ манилерди кабыл алса $8,16,24,32,40$ жана 48 изделүүчү сандар.

11. Сан жети 8 цифрасынан, тогуз 1 цифрасынан жана 5 цифрасынан турат. Ал сан 9га бөлүнөбү?

Чыгарылышы: Берилген сандын цифраларынын суммасы $7 * 8 + 9 * 1 + 5 = 70$ ке барабар. 70 саны 9га бөлүнбөйт, анда табылган сан 9га бөлүнбөйт.

12. Эки орундуу санды катары менен 3 жолу жазышты (мисалы, 737373). Пайда болгон сан 3кө, 7ге, 13кө жана 37ге бөлүнөрүн далилдегиле?

Чыгарылышы: Эгерде a жана b сандарынын берилген сандын жазылышы деп алсак $1000000 + 100006 + 1000a + 10a + 1$

$b = 101010a + 101016 = 10101(10a + b)$ болсо, 10101 саны 3кө, 7ге, 13кө жана 37ге бөлүнөт.

13. Туюнтманын маанисин тапкыла?

$$\frac{1}{1*2} + \frac{1}{2*3} + \frac{1}{3*4} + ... + \frac{1}{1*20}$$

Чыгарылышы: Ар бир кошулуучуну төмөндөгүдөй түрдө

$$\frac{1}{1*2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2};\ \frac{1}{2*3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3};\quad 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - ... + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

14. Бейшен бардык алманын $\frac{1}{3}$ин жана дагы 2 алма, Сарыгул бардык алманын $\frac{1}{4}$ин жана дагы 1 алма, ал эми Карабек, Бейшен менен Сарыгулдан калган алманын теңин жеген. Ошондон кийин да адегендеги алманын $\frac{1}{6}$ бөлүгү калган. Адегенде канча алма болгон?

Чыгарылышы: Бардык алманын санын x менен белгилейбиз.

Бейшен жеген алма $\frac{x}{3} + 2$

Сарыгул жеген алма $\frac{x}{4} + 1$

Карабек, Бейшен менен Сарыгулдан калган алманын теңин жеген $\frac{1}{3}$ин анда

$$\frac{x}{3} + 2 + \frac{x}{4} + 1 + \frac{x}{3} = x$$

15. Радиустары бирдей болгон бир канча тегеректчелер квадрат түрүндө коюлган, мында беш тегерек ашык болуп калган. Эгерде квадраттын ар бир жагын бир тегерекчеге чоңойтсок, анда 8 тегерекче жетпейт. Тегерекчелер канча болгон?

Чыгарылышы: Тендеме түзөбүз: $2x + 1 = 5 + 8$

16. Сымдан 80 тогоодон же болбосо 100 тогоодон турган чынжыр жасамак болушту. Экинчи учурдагы ар бир тогоонун салмагы 5 г га женил болуп чыкты. Сымдын массасы канчалык болгон?

Чыгарылышы:

100x=80(x+5)

100x=80x+400

20x=400

x=20

17. Аарылар тобунун бештен бир бөлүгү жасмин гүлүнө, үчтөн бири астра гүлүнө конушту. Акыркы эки сандын айырмасынын үч эселенген санындагы аарылар роза гүлүнө жөнөштү. Бир аары ары бери учуп жүрдү. Бардыгы канча аары болгонун айтып берчи.

Чыгарылышы: Аарылардын санын x менен белгилейбиз. Анда маселенин шарты боюнча

$$\frac{x}{5}+\frac{x}{3}+3\ (\frac{x}{3}-\frac{x}{5})+1=x$$

Жообу:15 аары.

18. Диофант (грек математиги) өмүрүнүн алтыдан бир бөлүгүн бала чагында, оң экиден бир бөлүгүн жигит кезинде өткөргөн, үйлөнүп өмүрүнүн жетиден бирин баласыз өткөргөндөн 5 жыл өткөндөн кийин, ал эркек балалуу болот, баласы атасынын жарым жашына келгенде өлүп калат, андан кийин Диофант 4 жыл гана жашаган. Диофант канча жашында өлгөн?

Чыгарылышы: Диофанттын жашоо мезгилин x менен белгилесек, маселенин шарты боюнча

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+5+\frac{x}{4}+4=x$$

Жообу: 84 жыл.

19. Амалдарды аткаргыла.

$$(12-11\frac{4}{9})*55{,}8-5\frac{4}{5}/(10-8{,}75)$$

Жообу: $23\frac{3}{4}$

20. Амалдарды аткаргыла: $(204{,}12/40{,}5-3{,}2*1{,}2)*6\frac{1}{2}+7/2\frac{1}{3}$

Жообу: $10\frac{4}{5}$

21. Туюнтманын маанисин тап:

$$\frac{5}{16}/0{,}125+1{,}456/\frac{7}{25}+4{,}5*\frac{4}{5}$$

Жообу: $11{,}3$

22. А көптүгү $a_n=\frac{60+n}{n}$ формуласы менен берилген, мында $n-$натуралдык сан. А көптүгүнөн бардык натуралдык A_1 сандарынын камтылган көптүгүн бөлүп алгыла. A_1 көптүгү канча элементтен турат? A_1 көптүгүнөн бардык жөнөкөй A_2 сандарынын камтылган көптүгүн бөлүп алгыла. A_2 көптүгү канча элементтен турат. $n-$дин кандай маанилеринде $a_n \in A_2$ болот?

Чыгарылышы: $a_n q_n \frac{60}{n}+1$ түрүндө көрсөтөлү.

Качан n саны 60 тын бөлүүчүсү болгондо a_n натуралдык сан болууга тийиш. 60 санынын 12 бөлүүчүсү бар. $n=3{,}4{,}12$ жана 20 болгондо а саны курама сан, ал эми $n=1{,}2{,}5{,}6{,}10{,}15{,}30$ жана 60 болгондо жөнөкөй сан болот.

23. Тендемени чыгаргыла.

$$\frac{3}{5}(2x-\frac{1}{3})=1\frac{4}{5}x+\frac{3}{10}$$

Жообу: $-\frac{5}{6}$

24. Алымы менен бөлүмүнүн суммасы 39га барабар болушу үчүн $\frac{5}{8}$ барабар бөлчөктү тапкыла.

Жообу: $-\frac{15}{24}$

25. Китептин бетин номерлеш үчүн 2775 цифра керек. Китепте канча бет бар?

Жообу: 961 бет.

26. Өзүңдүн кадамыңдын узундугу канчалык экендигин билгин. Ал үчүн рулетканын же башка өлчөгүч прибордун жардамы менен жердин бетинен кандайдыр кесиндин ченеп алгын, андан кийин ошол кесиндиге өзүңдүн

канча кадамың туура келээрин билгин жана өзүңдүн кадамыңдын орточо узундугун аныктагын.

Чыгарылышы: Кадамдын узундугун аныктоо үчүн 30 м аралыкты өлчөп алып 3 жолу кайра кадамдап көр, анда сенин кадамын 58,52 жана 56 кадам болсун. Ар бир басып өткөн кадамыңдын узундугу 52 см, 58 см жана 54 см болсун, анда ар бир кадамдын орточо арифметикалык мааниси

$\frac{52+58+54}{3}==55$ см.ге барабар болот.

27. 1964-жылы менин жашым менен туулган жылымдын цифраларынын суммасынчалык болгон. Мен канчанчы жылы туулгамын жана мен канча жаштамын?

Чыгарылышы: Туулган жылды төмөндөгүдөй кылып жазып алсак болот: $1900+10x+y$, мында x ондук жаштар y бирдик, анда $1+9+x+y$. Жаңы тендеме түзөбүз. $1900+10x+y+10+x+y=1964$ жөнөкөйлөткөндөн кийин $11x+2y=54$. Мында x сөзсүз жуп сан болуш керек. $11x$ болсо 54 кичине болгондуктан, $x=2$ же $x=4$ барабар болуш керек. Эгерде $x=4$ болсо, анда $y=5$. Мындан менин туулган жылым 1945-жыл 1+9+4+5=19 демек, 1964-жылы мага 19 жаш болгон.

28. 600 г тортту үч кишиге торт кишиге бирдей тие тургандай кылып кандайча кесүүгө болот? Мүмкүн болушунча бөлүктөрдүн аз болушуна аракеттенгиле.

Чыгарылышы: 3 бөлүк торт 150 г дан, 3 бөлүк торт 50 г дан.

29. Шаардын калкынын бир бөлүгү орус тилинде, бир бөлүгү кыргыз тилинде гана сүйлөшөт жана бир бөлүгү эки тилде тең сүйлөшөт. Калктын 85%и кыргызча, 75%и орусча сүйлөшөт. Калктын канча проценти эки тилде тең сүйлөшөт?

Чыгаруу:

Калктын 15%и орусча сүйлөйт

$100-85=15$

Ал эми калктын 60%и 2 тилде

$75-15=60$

30. Жылдызчалар менен алмаштырылган цифралардын ордуна койгула.

$$\begin{array}{r} **5 \\ 1** \\ \hline 2**5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13*0 \\ *** \\ \hline 4*77* \end{array}$$

Чыгаруу:

$$\begin{array}{r} 325 \\ 147 \\ \hline 2275 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1300 \\ 325 \\ \hline 47775 \end{array}$$

31. Айылдагы магазин жол киресине кошулган 5%ти кошо эсептегенде кездеменин метрин 210 сомдон сатты. Жол киресин кошпогондо ал кездеменин бир метри канча сомдон болгон?

Чыгарылышы:

Кездеменин өз баасын 100% десек, жол киресин кошо эсептегенде канча процент болот?

$100\%+5\%=105\%$

Кездеменин өз баасы канча сом болгон?

$$\left.\begin{array}{l} 105\%-210 \\ 100\%-x \end{array}\right\} x=\frac{210*100}{105}=200$$

32. Берилген туюнтманын мааниси 23 жана 75 ке барабар болгондой кылып кашааларды койгула $7\cdot 9+12\div 3-2$

Чыгарылышы: Берилген туюнтманы ар түрдүү жол менен туюнтса болот, бирок бизге керектүү гана учурун тандап алабыз

1. $(7\cdot 9+12)\div 3-2=23$
2. $(7\cdot 9+12)\div(3-2)=75$

33. Берилген жазуулардагы жылдызчалардын ордуна сан маанилерди коюу жана кашаанын жардамы менен берилген туюнтманын мааниси 100

болгондой кылып өзгөртүп түзгүлө.

$$1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5$$

Чыгарылышы: 1·(2+3)·4·5=100

34. 88888888 цифраларынын ортолоруна “+” белгисин коюу менен 1000 санын алууга болот жана кандай жол менен ?

Чыгарылышы: 888+88+8+8+8=1000

35. 10 санын 4 так сандардын суммасы түрүндө кантип көрсөтүүгө - болот.

Чыгарылышы: 10=7+1+1+1, 5+3+1+1,3+3+3+1

Бардыгы болуп үч жол менен чыгарууга болот.

36. Бурчтун чондуктары 80°, 55°жана 55° болгон үч бурчтук болобу, болсо кантип түзүүгө болот?

Чыгарылышы: Эгерде үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180° барабар болсо, үч бурчтукту түзүүгө болот.

37. Өзгөрүлмө x тин кандай натуралдык маанилеринде төмөнкү барабарсыздык туура болот?

$$414x+765\cdot 18<54\cdot 324$$

Чыгарылышы: $x < 9$

38. Берилген туюнтмалардын сан маанилерин тапкыла, аларды салыштыргыла жана барабардыкты же барабарсыздыкты түзгүлө.

5623+37·608-84·70 жана 29·146-4144:112+3469

Чыгарылышы: 22239>7656

39. Көрсөтүлгөн амалдарды аткаргыла.

$$\frac{615.09/87+1.3332/3.3}{2.55*0.54-69.483/69}=$$

Чыгарылышы: $$\frac{615.09/87+1.3332/3.3}{2.55*0.54-69.483/69}=20.2$$

6-класс

1. Көп мүчөнү эки туюнтманын квадраттарынын айырмасы түрүндө көрсөткүлө жана көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла.

$$36-в^2-с^2+2вс$$

Чыгарылышы: $36-в^2-с^2+2вс=36-(в-с)^2=(6-в+с)(6+в-с)$

2. Үч мүчөдөн эки мүчөнүн квадратын бөлүп көрсөткүлө.

$$x^2-12x-4$$

Чыгарылышы: $x^2-12x-4=(x^2-2x6+36)-36-4=(x-6)^2-40$

3. Кайык дарыянын агымы боюнча калак менен айдап 3 сааттын ичинде канча аралыкты сүзүп өтсө, ошол эле аралыкты ал дарыянын агымына каршы 3 саат 40 мин ичинде сүзүп өтүүгө үлгүрөт. Эгерде кайыктын акпаган суудагы ылдамдыгы 5км⁄саат болсо, дарыянын агымынын ылдамдыгын тапкыла.

Чыгарылышы :

$$(5+\vartheta)*3=(5-\vartheta)*3\frac{2}{3}$$

тендемесин чыгаргандан кийин $\vartheta=\frac{1}{2}$ км⁄саат.

4. $7^{10}-7^9-7^8$ дин 41ге бөлүнө тургандыгын далилдегиле.

Чыгарылышы:

$7^{10}-7^9-7^8=7^8(7^2-7-1)=7^8*41=41*n$, мында $n=7^8$ жана $n\in N$.

5. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө.

$$\frac{x^3-x^2y}{x^2+y^2}*\frac{x^3y+xy^3}{x^4y}$$

Чыгарылышы:

$$\frac{x^3-x^2y}{x^2+y^2}\ \frac{x^2y+xy^3}{x^4y}=\frac{x^3(x-y)xy(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)x^4y}=\frac{x-y}{x}$$

6. Бирден чоң n дин бир дагы натуралдык маанисинде n^2+4 туюнтмасынын мааниси жөнөкөй сан болушу мүмкүн эместигин далилдегиле.

Чыгарылышы:

$n^4+4=(n^4+4n^2+4)-4n^2=(n^2+2)^2-4n^2=(n^2+2-2n)(n^2+2+2n)$.

Мында n€N жана n>1 болсо n^2+2-2n жана n^2+2+2n чондуктарынын маанилери бирден чоӊ болгон натуралдык сан болот. Анда экөөнүн көбөйтүндүсү жөнөкөй сан болушу мүмкүн эмес.

7. $3^{n+2}-2^{n+2}+3^n-2^n$ туюнтмасынын мааниси каалаган n үчүн 10го бөлүнөрүн далилдегиле.

Чыгарылышы:

$$3^{n+2}-2^{n+2}+3^n-2^n=3^n(3^2+1)-2^n(2^2+1)=3^n10-2^n=3^n10-2^{n-1}5=10(3^n-2^{n-1}).$$

3^n-2^{n-1}, n€N маанисинде натуралдык сан болгондуктан 10 го бөлүнөт.

8. Кайсынысы чоӊ $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ би же $\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$ би?

Чыгарылышы:

Бөлчөктөрдү барабарлаш үчүн жалпы орток бөлүмгө келтиребиз:

$$\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}=\frac{10^{22}+10^{10}+10^{12}+1}{(10^{11}+1)(10^{12}+1)}$$

$$\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}=\frac{10^{12}+2*10^{11}+1}{(10^{11}+1)(10^{12}+1)}$$

Мындан $10^{12}+10^{10}=10^{10}(10^2+1)=10^{10}*101$, $2*10^{11}=20*10^{10}$ демек,

$10^{12}+10^{10}\rangle 2*10^{11}$

Демек, биринчи бөлчөк экинчи бөлчөктөн чоӊ болот.

9. Эгерде ойлонулган эки орундуу санды анын цифраларынын суммасына бөлсөк, анда тийинди 4кө, калдык 3кө барабар болот. Эгерде ойлонулган сандан анын эки эселенген цифраларынын суммасын кемитсек, анда 25 келип чыгат. Кандай сан ойлонулган?

Чыгарылышы:

Эгерде ойлонулган эки орундуу санды x, ал эми бир орундуу санды y десек, анда $10x+y=3+(x+y)y$ кыскарткандан кийин $2x-y=1$ болот. Маселенин экинчи шарты боюнча $(10x+y)-2(x+y)=25$, б.а. $8x-y=25$

Мындан $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 8x - y = 25 \end{cases}$ системаны чыгаргандан кийин $x = 4$, $y = 7$.

10. Аралыгы 37 км болгон А дан Вга 7 саат 18 минутада жана 7 саат 48 минутада В дан А ны көздөй чыккан велосипедист биринчи автобусту 7 саат 28 минутада, ал эми экинчисин 8 саат 19 минутада жолуктурган. Велосипедисттин жана автобустардын ылдамдыктарын тапкыла.

Чыгарылышы: Маселенин шарты боюнча автобустун ылдамдыгын х км⁄саат, велосипеддин ылдамдыгын у км⁄саат деп теңдеме түзөбүз

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 37 \\ \frac{31}{60}x + \frac{51}{60}y = 37 \end{cases}$$

11. Мотоциклист А пунктунан В пунктуна карай чыкты. Эгерде ал 35 км⁄саат ылдамдык менен жүрсө, Вга белгиленген мөөнөттөн 2 саат кеч келет. Эгерде 50 км⁄саат ылдамдык менен жүрсө, Вга белгиленген мөөнөттөн 1 саат эрте келет. А дан В га чейинки аралыкты мотоциклист канча убакытта өтүүнү белгилеген?

Чыгарылышы: Тендеме түзөбүз

$$35(t+2) = 50(t-1), \text{ мындан } t = 8$$

12.Метрону курууда жер алдындагы сууну соордуруп чыгаруу үчүн эки насос орнотулган. Бир насос менен 2 саат, ал эми экинчиси менен 3 саат иштегенде 102м^3 суу сордурулуп чыгарылган, ал эми биринчи насос менен 1 саат, экинчиси менен саат иштегенде 69м^3 суу сордурулуп чыгарылган. Ар бир насос менен саатына канча кубометр суу сордуруп чыгарышкан?

13. Периметри 12 см.ге барабар болгон үч бурчтуктун ар бир жагын конгруенттүү 4 кесиндиге бөлүштү да бөлүү чекиттерин төмөндөгү сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып бириктиришти. Бардык ушул кесиндилердин узундуктарынын суммасын тапкыла.

14. А чекитинен а аралыкта жана В чекитинен в аралыкта турган чекиттерди түзгүлө. Бул маселеде дайыма эле чыгарылышка ээ болобу?

Чыгарылышы: эгерде а+в$\geq$ АВ болгон учурда гана маселе чыгарылышка ээ болот.

15. Үч бурчтуктун бурчтарынын чондуктары төмөнкү сандарга

а) 1:2:3 б)3:7:8 в)1:1:3 пропорциялуу боло алышабы?

Чыгарылышы: а) 30, 60, 90; б) 30, 70, 80; в) 36, 36, 108 градус болот.

16.Томпок көп бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы.

а) 9180^0; б) 3600^0; в) 1101 га барабар боло алабы?

Чыгарылышы : Маселени төмөнкү теңдеменин жардамы менен чыгаргыла

$$\frac{2d(n-2)}{n} = a$$

17. Эгерде төрт бурчтуктун бурчтары 1,2,3 жана 4 сандарына пропорциялаш экендиги белгилүү болсо, ал бурчтардын чондугун тапкыла?

Чыгарылышы : Төрт бурчтуктун бурчунун чоңдугун х менен белгилесек, анда калган бурчтардын чоңдуктары 2х, 3х, 4х болот. Бардык бурчтардын суммасы 360 градуска барабарлап алабыз.

18. Параллелограмм,өзүнүн диагоналдарынын бири аркылуу, ар биринин периметри 6 см болгон эки үч бурчтукка бөлүнөт. Эгерде параллелограммдын периметри 7 см.ге барабар болсо, ушул диагоналдын узундугун эсептегиле.

Чыгарылышы: Параллелограммдын жактарын а жана в, ал эми диагоналын d десек, анда а+в+d=6. Маселенин шарты боюнча 2(а+в)=7, мындан а+в=3,5 жана d=2,5.

19. Берилген төрт бурчтуктун диагоналдарынын узундуктары жана чокулары берилген төрт бурчтуктун жактарынын ортолору болгон төрт бурчтуктун периметрин тапкыла.

Чыгарылышы: Төрт бурчтуктун периметри m+n болот.

7-класс

1. Биринчи эки цифрасы жана кийинки эки цифралары бирдей болгон кандайдыр бир сандын так квадраты болгон төрт орундуу санды тапкыла.

Жообу: $\overline{xxyy} = \left(\overline{ab}\right)^2$

$$\overline{xxyy} = 11\overline{xoy}$$

$$11\overline{xoy} = \left(\overline{ab}\right)^2$$

$\left(\overline{ab}\right)^2$ саны 11ге бөлүнөт, анда $\overline{ab}$ да 11ге бөлүнөт, мындан $a = b$, б.а $\overline{ab} = 11c$;

$\overline{xoy} = 11c^2$

$c^2 = \overline{mn}$ демек, $m + n = 10$. Ошентип изилденүүчү сан 7744, анткени 704=64•11

704=8^2•11

2. AB кесиндиси жана аны кесип өтүүчү MN түз сызыгы берилди. Үч бурчтуктун бурчун тен экиге бөлгөндөй кылып ABC үч бурчтугун түзгүлө?

Көрсөтмө: Октук симметриялуу өзгөртүп түзүүнү пайдалангыла

3. Каалаган түрдөгү беш бурчтуктун бардык диагоналдары жүргүзүлгөн. Пайда болгон жылдызчанын чокуларындагы бурчтардын суммасы 2d га барабар экендигин далилдегиле

Көрсөтмө: Бөлүнүүчүлүктүн касиетин пайдалануу менен далилденет.

4. $|x| = x^2 - 2x - 8$ тендемесин график жолу менен чыгаргыла

Көрсөтмө: $ó = |õ|$, $ó = x^2 - 2x - 8$ функциялардын графиктерин түзүү керек. Андан ары чыгарылышы белгилүү болот.

5. Негизине жүргүзүлгөн бийиктиги жана ичтен сызылган айлананын радиусу боюнча тең капталдуу үч бурчтукту түзгүлө?

Көрсөтмө: Жаныманын касиеттеринин негизинде түзүүгө болот.

6. Атасы баласына мындай деди: "10 жыл мурда 10 эсе, ал эми 22 жылдан кийин 2 эсе улуу болом". Азыр атасы жана баласы канча жашта?

Жообу: $x = 50 \quad y = 14$

7. Берилген кесинди, берилген бурчтун жактарынан барабар кесиндилерди кесип өткөндөй кылып бурчтун ичине берилген кесиндини жайлаштыргыла?

Көрсөтмө: Параллелө көчүрүү менен окту симметриялуу өзгөртүп түзүүнү колдонуу керек.

8. n дин ар кандай натуралдык маанисинде $n^5 - 5n^3 + 4n$ туюнтмасы 120га бөлүнөрүн далилдегиле

Көрсөтмө: Көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла же математикалык индукция принцибин пайдалангыла.

9. Арасындагы аралыктар бири-бирине барабар болгондой кылып, берилген үч чекит аркылуу үч түз сызык жүргүзгүлө?

Көрсөтмө: Симметриялуу өзгөртүп түзүүнү колдонгула.

10. Кандайдыр бир кишинин жашы 1980-жылы анын туулган жылынын цифраларынын суммасына барабар болот. Ал киши кайсы жылы туулган?

Чыгарылышы: $x = 6 \quad y = 2$, башкача айтканда1962-жылы туулган.

11. Эгерде эки бүтүн сандардын квадраттарынын суммасы үчкө бөлүнсө, анда алардын ар бири дагы үчкө бөлүнөрүн далилдегиле.

Көрсөтмө: Көбөйтүүчүлөргө ажыратуу же математикалык индукция методу пайдаланылып чыгарылат.

12. Окуучу өзүнүн дептеринин беттерин номерлеп чыгууну чечти. Ал үчүн дептердин бир гана беттерине так сандарды (1,3,5,…, ж.б.) коюп чыгууну чечти. Бардыгы 104 цифра жазып чыкты. Дептердин канча бети болгон жана 7 санын канча жолу жазган?

Жообу: 53 барак, 7 цифрасы 11 жолу учурайт.

13 Эки ящикте 43,25 кг шекер болгон. Биринчи ящиктен экинчи ящикке 4,75 кг салыштырганда биринчи ящикте экинчи ящиктегинин 0,76 сы калды. Баштапкы учурда ар бир ящикте канча шекер болгон?

Жообу: $\begin{cases} x - 4.35 = y(1 + \dfrac{0.75}{y})0.75 \\ x + y = 43.25 \end{cases}$

14. Кандайдыр бир 4 орундуу сандан анын тескери тартибинде (цифраларынын) жазылганын кемиткен. Анда 1008 саны келип чыгышы мүмкүнбү?

Жообу: Болот, анткени 1008 саны 9 га бөлүнөт.

15. Эки бүтүн оң сандардын көбөйтүндүсү ал сандардын ЭЧЖБсү менен ЭКЖЭсүнүн көбөйтүндүсүнө барабар экендигин далилдегиле.

Жообу: $D(M,N)=d,\quad K(M,N)=Q$

$$K(M,N)=\frac{MN}{D(M,N)};\quad Q=\frac{MN}{d}$$

16. К-бүтүн сан. K^2 санын 4кө бөлөбүз. Кандай калдыктар калышы мүмкүн?

Жообу: К>4 болсо, ал сандар 4К+1, 4К+2, 4К+3 болот. k^2 саны 1 жана 0 калдыкты берет.

17. Ар кандай төрт бурчтуктун жактарынын ортолору кандайдыр бир параллелограммдын чокулары экендигин далилдегиле.

Көрсөтмө: Үч бурчтуктун орто сызыгынын касиеттерин пайдалануу керек.

18. $xy=x+y$ тендемесинин бардык бүтүн чечимдерин тапкыла жана башка чечимдеринин болбостугун көрсөткүлө.

Жообу: (2,2)

8-класс

1. Эгерде $a+b+c=0$ болсо, $a^3+b^3+c^3=3abc$ экендигин далилдегиле.

Көрсөтмө: $a=b=-c$ дан пайдалануу керек.

2. $\frac{1}{1*2}+\frac{1}{2*3}+\frac{1}{3*4}+...+\frac{1}{(n-1)n}$ суммасын эсептегиле.

Жообу: $\frac{1}{1*2}=1-\frac{1}{2}$ $\qquad\frac{1}{2*3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

_ _ _ _ _ _ же индукция методун пайдаланса болот.

3.Айлананын диаметриндеги М точкасы аркылуу, бул диаметр менен 45^0тук бурч түзгөн СД кесүүчүсү жүргүзүлгөн.

$|CM|^2+|ДМ|^2$ саны диаметрдеги точканын абалына көз каранды эмес экендигин далилдегиле.

4.x жана αнын кандай чыныгы маанилеринде

$\log_2 x + \log_x 2 + 2cos\alpha \leq 0$

барабарсыздыгы туура болот?

5.Аралыгы 11,5км болгон А пунктунан В пунктуна баруу үчүн эң оболу өөдөлүш менен , андан кийин түз менен , кийин ылдыйыш менен жүрүү керек. Жөө киши Адан Вга баруу үчүн 2саат 54 минут сарп кылды, ал эми Вдан Ага баруу үчүн 3саат 6 минут сарптады.

6.Эки адам сактык кассага бирдей суммадагы акча салышты. Алардын биринчиси кассадан m айдан кийин P сом, ал эми экинчиси n айдан кийин q сом алышты. Алардын ар бири кассага канча акча салышкан жана сактык касса канча проценттен төлөгөн?

7. Эгерде квадраттын жагы жана ага тең чоңдукта болгон тик бурчтуктун жагы бүтүн сандар менен туюнтулса, анда алардын периметрлеринин катышы бүтүн туюнтулбастыгын далилдегиле

8. Эки карама-каршы жактары, үч бурчу боюнча төрт бурчтукту түзгүлө.

9.Берилди ромб.Анын тышкы бурчтарынын биссектрисалары жүргүзүлгөн. Бул биссектрисалардын кесилишинен пайда болгон төрт бурчтуктун көрүнүшүн аныктагыла жана анын периметри ромбдун диагоналдарынын суммасынан эки эсе чоң экендигин далилдегиле.

10.Каалаган төрт бурчтукта диагоналдарынын ортолору жана карама-каршы жактарынын ортолорун туташтыруучу түз сызыктардын кесилишүү чекити бир түз сызыкта жатарын далилдегиле.

Көрсөтмө: Параллелограммдын касисетинин негзинде далилденет.

11. Радиусу R болгон айлананын ичине каптал жагы негизинен эки эсе узун болгон тең капталдуу үч бурчтук сызылган. Бул үч бурчтуктун ичине айлана сызылган. Ичтен сызылган айлананын радиусун тапкыла.

Чыгарылышы: r=$\frac{3}{8}$R

12. $\begin{cases} x^2+5y^2+4z^2+4xy+4yz=125 \\ x^2+3y^2-4z^2+4xy-4yz=75 \end{cases}$ системасынын бүтүн оң чечимин тапкыла

Чыгарылышы: Теңдемелерди кошуп жиберип $(x+2y)^2=100$, кемитип жиберип $(x+2z)^2=25$ алабыз. Мындан

$$x=4,8,12,\dots$$
$$y=2,4,6,\dots$$
$$z=1,2,3,\dots$$

13.Үч удаалаш бүтүн сандардын кубдарынын суммасы 9 ага бөлүнүшүн далилдегиле

Көрсөтмө: Математикалык индукция принцибин пайдалануу керек.

14. АВС үч бурчтугунда А бурчу В бурчунан эки эсе чоң. Берилген с жана в жактары боюнча а жагын тапкыла.

Чыгарылышы: $a=\sqrt{b^2+c}$

15. Жактары а, в,с болгон үч бурчтуктун ичине диаметри жагында жаткан жарым тегерек сызылган. Бул жарым тегеректин радиусун тапкыла.

Чыгарылышы: $x=\frac{2b}{a+b}$

16. $\frac{14n+3}{21n+4}$ бөлчөгү n дин ар кандай бүтүн маанисинде кыскарбас экендигин далилдегиле.

Көрсөтмө: Евклиддин алгортмасын же бөлүнүүчүлүктүн белгилерин пайдалангыла.

17. $\frac{a+b-x}{c}+\frac{a+c-x}{b}+\frac{b+c-x}{a}+\frac{4x}{a+b+c}=1$ теңдемесин чыгаргыла.

Чыгарылышы: $x=a+b+c$

9-класс

1. Бир чекитте кесилишкен үч сызык жана булардын бирөөндө жатуучу чекит берилген. Берилген чекит бир чокусу болгондой жана берилген түз сызыктар бийиктиги, медианасы жана биссектрисасы болгондой кылып үч бурчтук түзгүлө?

Көрсөтмө: Медианасы, биссектрисасы жана бийиктиги боюнча үч бурчтукту түзүүгө алып келинет.

2. Тегиздикте үч чекит берилген. Бул чекиттерде бири-бирин жанып өтүүчү үч айлананы түзгүлө?

Көрсөтмө: Жаныманын жана жандуу чекитине жүргүзүлгөн перпендикулярдын касиетинин негизинде түзүлөт.

3. Үч медианасы боюнча үч бурчтук түзгүлө?

Көрсөтмө: Параллелограммды түзүүгө алып келинет.

4. Шаты, жылмакай полу бар дубалга жөлөнүп турат да, анын негизи жылмакай пол боюнча жылат. Шатынын орто ченинде отурган кандай сызык боюнча кыймылда болот?

Чыгарылышы: Айлана боюнча кыймылда болот. Далилдөөнү аналитикалык жол менен дагы жүргүзүүгө болот.

5. $\begin{cases} \frac{x+y}{xy} + \frac{xy}{x+y} = a + \frac{1}{a} \\ \frac{x-y}{xy} + \frac{xy}{x-y} = c + \frac{1}{c} \end{cases}$

системасын чыгаргыла.

6. $x^2 - \frac{15}{4}x + a = 0$

тендемесинин тамырларынын бири экинчисинин квадраты болгондой кылып а ны аныктагыла?

7. $\frac{x^2}{3} + \frac{48}{x^2} = 10(\frac{x}{3} - \frac{4}{x})$

теңдемесин чыгаргыла

Чыгарылышы: $\frac{x}{3} - \frac{4}{x} = t$ деп алуу керек

8. 1+11+111+11 ... 11

Чыгарылышы: $\frac{9}{9}+\frac{99}{9}+\frac{999}{9}+\cdots+\frac{99\ldots9}{9}=\frac{1}{9}\left(\frac{10^{n+1}-10}{9}-n\right)$

11. $x^4-y^4-20x^2+20y^2=107$ теңдемесинин бүтүн чыгарыштарын тапкыла.

Чыгарылышы : берилген теңдеме төмөнкүдөй системага

$\begin{cases} x^2+y^2-24=1 \\ x^2-y^2+4=1 \end{cases}$ алып келинет.

12. 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$,…, $\frac{1}{2^n}$,…

сандарынын ичинен суммасы $\frac{1}{5}$ ге барабар болгон чексиз геометриялык прогрессиянын тандап алууга болобу?

Жообу: Болбойт. Анткени S= $\frac{1}{2^e-1}$ эч качан $\frac{1}{5}$ ге барабар болбойт.

13. Ичтен сызылган төрт бурчтуктун аянты

S= $\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$

барабар экендигин далилдегиле. Мында p төрт бурчтуктун периметри, a,b,c,d төрт бурчтуктун жактары.

Чыгарылышы : Аянттарды салыштыруунун негизинде далилденет.

14. Айлананын ичине тең капталдуу үч бурчтук жана трапеция сызылган. Трапециянын бир негизи айлананын диаметри болуп, ал эми каптал жактары, үч бурчтуктун жактарына параллелө болот. Үч бурчтук жана трапеция тең чондукта экендигин далилдегиле.

15. Мейкиндикте эч кандай эки тегиздик параллелө болбогондой жана үч тегиздик бир чекиттен өтпөгөндөй болуп төрт тегиздик жүргүзүлгөн. Мейкиндик бул тегиздиктер менен канча бөлүккө бөлүнгөн болот?

Жообу: 15 бөлүккө бөлүнөт.

16. Бир тегиздикке таандык болбогон төрт чекиттен бирдей алыстаган канча тегиздик жашайт?

Жообу: 7 тегиздик жүргүзүлөт.

17. Томпок көп грандыктардын жалпак бурчтарынын суммасы 4d(n-2) экендигин далилдегиле. Мында П- көп грандыктардын чокуларынын саны.

18. Кандайдыр бир төрт бурчтуктун жактары a,b,c,d берилди. Эгерде АС диагоналы бурчту тең экиге бөлсө, бул төрт бурчтукту түзгүлө.

19. Кайык жээктин эң жакын чекити А дан 3 км аралыкта турат. Кайыктагы пассажир А чекитинен 5 км аралыкта турган В кыштагына баруусу керек. Кайык саатына 4 км ылдамдык менен , ал эми пассажир кайыктан түшкөндөн кийин саатына 5 км ылдамдык менен жүрөт. Пассажир В кыштагына эң аз убакытта жетүү үчүн кайык жээктин кайсы чекитине барып токтошу керек?

Жообу: у= 1 км

№20. Берилген периметри 2р га барабар болгон тең капталдуу үч бурчтуктардын кайсынысы эң чоң аянтка ээ болот?

Жообу: Тең жактуу үч бурчтук

3§. 10-11-класстардын математикасы боюнча олимпиадалык маселелер жана алардын чыгарылыштары

10-класс

1. Ар биринде 60тан мүчөсү болгон эки удаалаштык берилген:

$$2, 7, 12, 17, 22\ldots$$

$$2, 5, 8, 11, 14, 17...$$

Биринчи жана экинчи удаалаштыктарга таандык болгон мүчөлөрдөн канчасы бар?

Жообу: $n = 11 + 1 = 12$ мүчөсү дал келет.

2. $3(5^{2n-1} + 3^{4n-5}) + 2^{3n}(2 - 2^{3n-6})$

түрүндөгү сан n дин ар кандай маанисинде 17 ге бөлүнүшүн далилдегиле.

Жообу: $15\left[(25)^n - 8^n\right] + 17 * 8^n + \left[81^{n-1} - 64^{n-1}\right]$

Бул 17 ге бөлүнөт, анткени $25 - 8 = 17$ жана $81 - 64 = 17$

3. $A_0x^n + A_1x^{n-1} + \cdots + A_{n-1}x + A_n$ көп мүчөсүн x-a көп мүчөсүнө бөлгөндө n-1-даража көрсөткүчтүү

$B_0x^{n-1} + B_1x^{n-2} + \cdots + B_{n-2}x + B_{n-1}$

түрүндөгү көп мүчө тийинди болуп, ал эми калдыкта кандайдыр бир R санын алабыз.

$B_0 = A_0,\ \ B_1 = B_0a + A_1,\ \ \ B_2 = B_1a + A_2,$

$B_3 = B_2a + A_3,\ \ \ \ldots\ \ \ B_{n-1} = B_{n-2}a + A_{n-1},$

экендигин көрсөткүлө.

4. $a^3 + \rho q + q = 0$

$b^3 + \rho q + q = 0$

$c^3 + \rho q + q = 0$

$((a \pm b) \neq c$ болсо, анда $a + b + c = 0$ экендигин далилдегиле.

5. (2^n) !саны 2^κ санына бүтүн бөлүнүш үчүн, κ саны кайсы сандан чоң эмес болуш керек?

Чыгаруу: $(2^n)!=(2^n)(2^n-1)(2^n-2)\ldots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$ санынын көбөйткүчтөрүнүн жарымы жуп сандар.Демек, 2^{n-1} көбөйткүч бар.Алардын 2^{n-2} си 4-кө бөлүнөт; 2^{n-3} -си 8-ге бөлүнөт;..;2 көбөйткүч 2^{n-1} -ге бөлүнөт жана бир көбөйткүч- 2^n -ге бөлүнөт.Ошондуктан, (2^n)!сандын 2-ге барабар көбөйткүчүнүн даражасы

$2^{n-1}+2^{n-2}+\ldots+2+1=2^n-1$.

6. Чоӊ атанын кагаздарынын арасында

72 индюк *67,9* доллар

деп жазылган эсеп кагазы табылган.Мында индюктардын жалпы баасы көрсөтүлүп,ал баада биринчи жана акыркы цифралары көрүнбөй калгандыктан,ал цифралар жылдызча менен алмаштырылган.Ал көрүнбөй калган, цифраларды жана бир индюктун баасын тапкыла.

Чыгаруу:

Бир индюктун баасын табуу үчүн жалпы баа 72 ге бөлүнүшү керек.

Анда жалпы баа 8 менен 9 га бөлүнүшү керек. 2^k санынын бөлүнүүчүлүгүнүн касиети боюнча,79* саны 8 ге бөлүнүшү керек.Мындан жалпы бaанын акыркы цифрасы 2. 9 га бөлүнүүчүлүктүн касиети боюнча *6792 санынын цифраларынын суммасы 9 га бөлүнүшү керек.Анда жылдызчанын ордуна 3 турат.Демек жалпы баа 367,92 доллар.

Бир индюктун баасы: 367,92:72=5,11 доллар.

7. Эсептегиле:

$$\frac{2\cdot 2013}{1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\ldots+\frac{1}{1+2+3+\ldots+2013}}=$$

Чыгаруу:

Бөлчөктун бөлүмүнүн бөлүмдөрүндө турган арифметикалык прогрессиялардын суммаларын аныктап жана бөлчөктүн алымы менен бөлүмүн 2 ге бөлсөк,анда берилген сумма

$$\frac{2013}{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2013\cdot 2014}}$$

болот.Эми $\dfrac{1}{\kappa\cdot(\kappa+1)}=\dfrac{1}{\kappa}-\dfrac{1}{\kappa+1}$ барабардыгын эске алсак,анда

$$\frac{2013}{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2013\cdot 2014}}=\frac{2013}{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2013}-\frac{1}{2014}}$$

болот. Мында,

$$\frac{2013}{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2013\cdot 2014}}=\frac{2013}{1-\frac{1}{2014}}=\frac{2013}{\frac{2013}{2014}}=2014.$$

8. Жактарынын узундуктары α, b ,c, ал эми ал жактарга түшүрүлгөн бийиктиктердин узундуктары $h_{\alpha,}\ h_{b,}\ h_c$ болгон үч бурчтук берилсин,ага ичтен сызылган айлананын радиусу r болсун.

Анда $\dfrac{1}{h_\alpha}+\dfrac{1}{h_b}+\dfrac{1}{h_c}=\dfrac{1}{r},$ формула орун аларын далилдегиле.

Чыгаруу:

Ичтен сызылган айлананын борборун үч бурчтуктун чокулары менен бириктирип,берилген үч бурчтукка бөлөбүз.Алардын аянттары $ar/2$; $br/2;\ cr/2$.

Ошондуктан берилген үч бурчтуктун аянтын S деп белгилеп,мындай туюнтсак болот:

үч бурчтук

$$S=\frac{ar}{2}+\frac{br}{2}+\frac{cr}{2}; \qquad (1)$$

$$S=\frac{ah_a}{2}; \qquad (2)$$

$$S=\frac{bh_b}{2}; \qquad (3)$$

$$S=\frac{ch_c}{2}; \qquad (4)$$

(1)-чи барабардыкты S-ке бөлүп:

$$1=\frac{ar}{2S}+\frac{br}{2S}+\frac{cr}{2S} \quad .$$

ндан кийин S-ти (2),(3),(4) формулалар аркылуу алмаштырып:

$$1=\frac{ar}{ah_a}+\frac{br}{bh_a}+\frac{cr}{ch_c} \Rightarrow 1=\frac{r}{h_a}+\frac{r}{h_a}+\frac{r}{h_c}$$

барабардыкка келебиз.

Аны r-ге бөлүп максатыбызга жетебиз.

9.Төмөнкү удаалаштыктын

$$\cos 1^\circ;\ \cos 10^\circ; \cos 100^\circ;\ \cos 1000^\circ;\ \cos 10000^\circ;\ldots$$

Баштапкы 2013 сандарынын арасынан оң сан болгон мүчөлөрүнүн санын тапкыла.

Чыгаруу:

$\cos 1000^\circ = \cos(3\cdot 360^\circ - 80^\circ) = \cos(-80^\circ) = \cos(80^\circ) > 0$,

Болгондуктан, андан кийинки жазылган удаалаштыктын бардык мүчөлөрү оң сан болот. Себеби

$$10^n - 1000 = 1000(10^{n-3}-1) = 25\cdot 40(10^{n-3}-1) \quad \forall\, n > 3.(10^{n-3}-1)$$

саны 9га бөлүнөт.Анда $25\cdot 40(10^{n-3}-1)$ саны 360ка бөлүнөт.Ушул себептен $n>3$ үчүн

$\cos(10^n)^\circ = \cos(10^n - 1000 + 1000)^\circ > 0.$ Ал эми

$cos 100^\circ < 0, \cos 1^\circ > 0.$

Жообу:2012.

11-класс

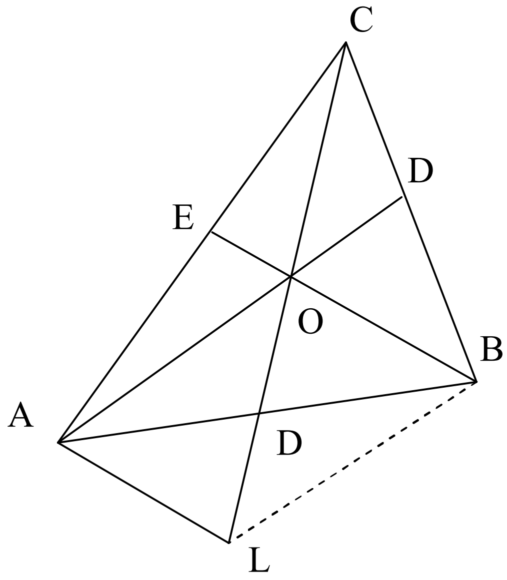
1./ч бурчтуктун медианалары берилген. Жактарын тапкыла.

Чыгарылышы: ABC үч бурчтугунун медианалары AD=m_a, BE= m_b,CF= m_c берилген. Медианалардын кесилиши, б.а үч бурчтуктун оордук борбору О чекити болсун. CF медианасынын уландысына OF=FL кесиндисин өлчөп коебуз.

Берилген үч бурчтуктун жактарын BC=a,CA=b,AB=c аркылуу белгилейли.

Анда AF=$\frac{1}{2}$a болот . a,b,c жактарын табабыз. /ч бурчтуктун медианаларынын касиеттеринин негизинде AO=$\frac{2}{3}$ m_a,

BO=$\frac{2}{3}$ m_b, BO=$\frac{2}{3}$ m_c, OF=$\frac{1}{3}$ m_cболот. B жана L чекиттерин BL кесиндиси менен туташтырып AOBL төрт бурчтугуна ээ болобуз. AOBL төрт бурчтугу параллелограмм болот,анткени анын AB жана OL диогоналдары кесилишкен F чекитинде тең бөлүнүшкөт.Анда параллелограмм үчүн белгилүү теореманын



негизинде AB$^2+OL^2+AL^2+LB^2+BD^2+AO^2$ же $c^2+(\frac{2}{3}m_c)^2=2BO^2+2AO^2$,болот

мында OL=2OF,AL=BO,LB=AO. Натыйжада c^2 $(\frac{2}{3}m_a)^2+(\frac{2}{3}m_B)^2$- $(\frac{2}{3}m_c)^2$ же

$c^2=\frac{8}{9}m_b^2+\frac{8}{9}m_{\frac{2}{a}}-\frac{4}{9}m_{\frac{2}{c}}$ болот. Бул акыркы барабардыктан c=$\frac{2}{3}\sqrt{2m_{\frac{2}{b}}+2m_{\frac{2}{a}}-m_{\frac{2}{c}}}$

экендигин табабыз. Ушул эле сызыктуу үч бурчтуктун a жана b жактарын аныктайбыз.

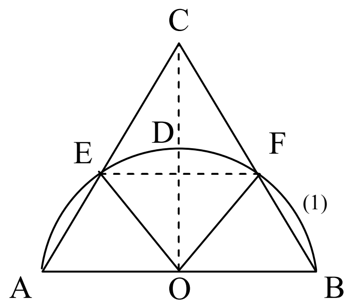
b=$\frac{2}{3}\sqrt{2m_{\frac{2}{b}}+2m_{\frac{2}{a}}-m_{\frac{2}{c}}}$, a=$\frac{2}{3}\sqrt{2m_{\frac{2}{b}}+2m_{\frac{2}{a}}-m_{\frac{2}{c}}}$. Маселе чыгарылды.

2. Радиусу R ге барабар болгон жарым тегеректин диаметрине туура үч бурчтуктун түзүлгөн. Анын жарым тегеректин сыртында жаткан бөлүгүнүн аянтын тапкыла.

Чыгарлышы. $\omega(O,R)$ жарым айланасы берилген (-сүрөт).

AB =2R анын диаметири жана ABC тең жактуу үч бурчтук болсун. Анда AC=BC=2R болот

/ч бурчтуктун EDFC болугунун аянтын табабыз. $\angle$BAC=60^0, анда



$\angle$AEO да 60^0 болот. Натыйжада AE=EC=R экендигин байкайбыз.
Мындан OED F – төрт бурчтугу ромб болоору түшүнүктүү. Эми $S_{EDFC} = S_{OECF} = S_{OEDF}$ болот, OEDF – тегеректин сектору, анын борбордук бурчу $\angle$EOF=60° Ошондуктан сектордун аянты

$S_{OEDF} = \frac{\pi R^2}{6}$ болот.

($S_{сек.} = \frac{\pi R 2 a^0}{360^0}$ болоору белгилүү, a^0-борбордук бурч) OECF ромбунун аянты

$S_{OEDF} = \frac{1}{2} OC * EF$ болот. Теӊ жактуу ABC үч бурчтугунан

$OC = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}$ Ал эми EF=R болоорун эске алсак $S_{OECF} = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2$ болот.

Натыйжада изделүүчү аянт $S_{OEDF} = \frac{1}{2} R^2 (\sqrt{3} - \frac{\pi}{3})$ болот.

3. Циркулдун жана сызгычтын жардамы менен 19^0 бурчту бирдей 19 бөлүккө бөлгүлө.

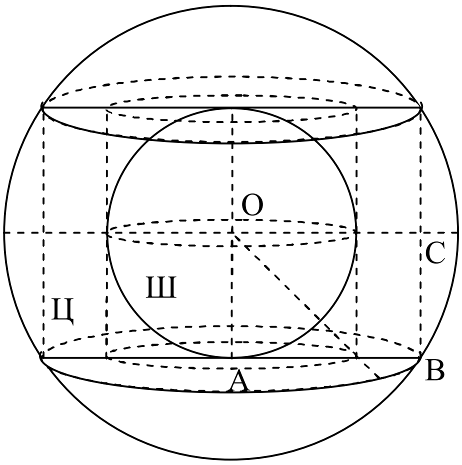
Чыгарылышы. Циркулдун жана сызгычтын жардамы менен берилген бурчка барабар болгон дайыма түзүүгө болот. Бул түзүүгө берилген жөнөкөй маселелердин бири болуп эсептелет. Бирок циркулдун жана сызгычтын жардамы менен 1^0 бурчту түзүү практикалык жактан мүмкүн эмес, ошондой болсо да аны теориялык жактан түзүүгө мүмкүн деп эсэптейбиз. Ошондуктан бул маселени чыгарууга болот, аны чыгаруу жолун көрсөтөбүз.Эгерде кандайдыр а бурчу берилсе, анда ал бурчтан эки, үч, төрт ж.б эсе чоӊ болгон, б.а 2а, 3а, 4а жана башка бурчтарын сызгычтын жана циркулдун жардамы менен дайыма түзүүгө мүмкүн. Ал үчүн а бурчунун чокусун О аркылуу белгилеп, $\omega(O;R)$ айланасын (мында R каалаган чондуктагы кесинди)сызабыз, анда ал айлана бурчтун жактарын A жана B чекиттеринде кесип өтөт ($\angle AOB = a$). Чиймени андан ары түзүүнү окуучулардын өзүнө сунуш кылабыз. AB кесиндисин (хордасын) циркул менен ченеп алып, B дан баштап андан ары карай айланага $AB=BB_1= B_1B_2$

$=B_2B_3$ ж.б. болгондой кылып BB_1, B_1B_2, B_2B_3 ж.б хордаларын удаалаш өлчөп коебуз. Андан кийин OB_1 , OB_2 хордаларын жүргүзөбүз. Натыйжада $\angle AOB = \angle BOB_1 = \angle B_1OB_2$ ж.б болот. Мындан $\angle AOB_1 = 2a$, $\angle AOB_2 = 3a$ болоорун байкайбыз. Демек кандайдыр а бурчу түзүлсө анда na (мында n натуралдык сан) бурчун сызгычтын жана циркулдун жардамы менен дайыма түзүүгө мүмкүн. Бул түшүнү берилген маселени чыгарууга жардам берет. Эми маселенин өзүнүн чыгарылышына өтөлү. 90° бурч берилген, демек ал түзүлүп коюлган.Анда $19 \cdot 19^\circ$ бурчун сызгычтын жана циркулдун жардамы менен дайыма түзө алабыз. Мында $19 \cdot 19^\circ = 361^\circ$ градус бурчун түзгөн болобуз. Бирок 360° градус бурчу дайыма белгилүү, аны түзүлгөн деп эсептөөгө болот. Ошондуктан $361^\circ - 360^\circ = 1^\circ$ бурчу да түзүлдү деп эсептелет. Демек маселе чыгарылды.

4. Циркулдун жана сызгычтын жардамы менен 7° бурчту 7 барабар бөлүккө бөлгүлө.

Чыгарылышы: Бул маселе3- маселеге окшош, ошондуктан анын чыгарылыш жолун пайдаланууга мүмкүн. Эгерде7° бурч берлсе анда $8 \cdot 7^\circ = 56^\circ$ бурчун циркулдун жана сызгычтын жардамы менен дайыма түзүүгө болот. Ал белгилүү бирок, 60° бурчту дайыма түзүүгө мүмкүн.Ал үчүн каалагандай тең жактуу үч бурчтукту түзүү жетиштүү болот. Анда $60^\circ - 56^\circ = 4^\circ$ бурчту түзө алабыз.Эми 4° бурчту 4 барабар бөлүкк= бөлүү керек. Ал үчүн 4° бурчту тең экиге бөлүп ,андан кийин ал бөлүктөрдүн ар бирин дагы тең экиге бөлүү зарыл болот. Циркулдун жана сызгычтын жардамы ар кандай тең экиге бөлүү маселеси –түзүүгө берилген жөнөкөй маселелердин бири. Ошондуктан аны түзүү эч кандай кыйынчылык келтирбейт.

5. Шарга ичтен сызылган цилиндрге дагы экинчи шар ичтен сызылган. Ал шардын беттеринин аянттарынын катышын жана көлөмдөрүнүн катышын тапкыла.



Чыгарылышы: Бул маселени чыгарууга шарга ичтен сызылган цилиндрдин жана цилиндрге ичтен сызылган шардын радиустарын байланыштыруунун мааниси чоң. Аны чиймеде элестетүү оңтойлуу. Берилген шарды Ш(O;R) аркылуу белгилейли. Анын О-борбору, радиусу OB=R болсун. Ал шарга ичтен сызылган цилиндрди Ц(O;$r_ц$) аркылуу белгилейли. Мында OC= $r_ц$ болоору түшүнүктүү. Бул цилиндрге ичтен сызылган шарды $Ш_1$(O;r) аркылуу белгилейли, анда AO=r болот.

Демек, шарга ичтен сызылган цилиндрдин негизиндеги айланалар шардын бетинде жатат. Ал эми цилиндирге ичтен сызылган шар анын негиздеринен жана ар бир түзүүчүсүн жанып өтөт. Ошондуктан OC=r_w=OA=r боло тургандыгы түшүнүктүү. Эгерде шарлардын радиустары белгилүү болсо эле анда алардын толук беттеринин аянттарын да, көлөмдөрүн да таап алууга болот. ΔAOB да AB=OC =r жана ал тик бурчтуу үч бурчтук.

$OB^2 = OA^2 + AB^2, R^2 = r^2 + r^2$ же R=r$\cdot\sqrt{2}$ (1)

а)шаарлардын беттеринин аянтарынын катышын табабыз. Берилген шардын бетинин аянты

$$S_{Ш}=4\pi R^2 \qquad (2)$$

Ал эми цилиндирге ичтен сызылган шардын бетинин аянты.

$$S_{Ш1}=4\pi r^2 \qquad (3)$$

боло тургандыгы белгилүү. Анда(1),(2),(3) формулалардан

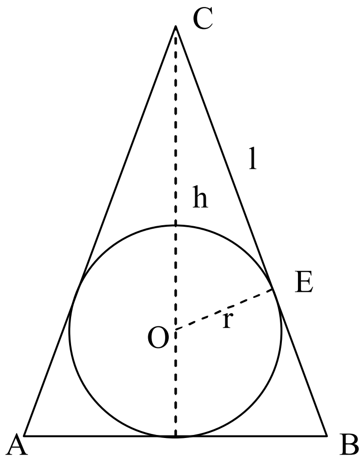
$\frac{S_{Ø}}{S_{Ø_1}} = \frac{1}{2}$ болот, бул изделүүчү беттердин аянттарынын катышы.

б) Эми шаарлардын көлөмдөрүнүн катышын табабыз.

Берилген шаардын көлөм $V_{Ø} = \frac{4}{3}\pi R^3$ (4) ал эми цилиндирге ичтен сызылган шаардын көлөмү $V_{Ø_1} = \frac{4}{3}\pi r^3$ (5) болот.Анда (1),(4),(5) формулаларды пайдаланып, шарлардын көлөмдөрүнүн изделүүчү катышын табабыз.

$\frac{V_{Ø}}{V_{Ø1}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. Жообу 0,5 жана 1:2 $\sqrt{2}$

6. Конустун көлөмү анын толук бетинин бетинин аянтын ага ичтен сызылган шардын радиусунун $\frac{1}{3}$не көбөйткөнгө барабар . Далилдегиле.



Далилдөө. Маселени далилдөөдө конустун жана ага ичтен сызылган шардын октук кесилишин карайбыз (-сүрөт). Конустун радиусу DB=R, түзүүчү BC=L, бийиктиги CD=h, болсун.ичтен сызылган шардын радиусун OE=OD=r деп белгилейли.OE$\perp BC, OD \perp AB$ болоору белгилүү.

Конустун көлөмү $V_k = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ (1)толук беттин аянты $S_m = pR(I + R)$ (2) формуласы менен туюнтулаары белгилүү. $V_k = S_m \frac{r}{3}$(3) болоорун далилдейбиз.Тик бурчтуу үч бурчтуктар болгондуктан

$\Delta BCD - \Delta OEC$ (4) демек , алардын тиешелүү жактары пропорсиялаш: $\frac{R}{L} = \frac{r}{oc}$ (5)

мындан $1 \cdot$ r=OC·R (6)

(3) менен (2)нин негизинде андан кийин (6) пайдаланып,

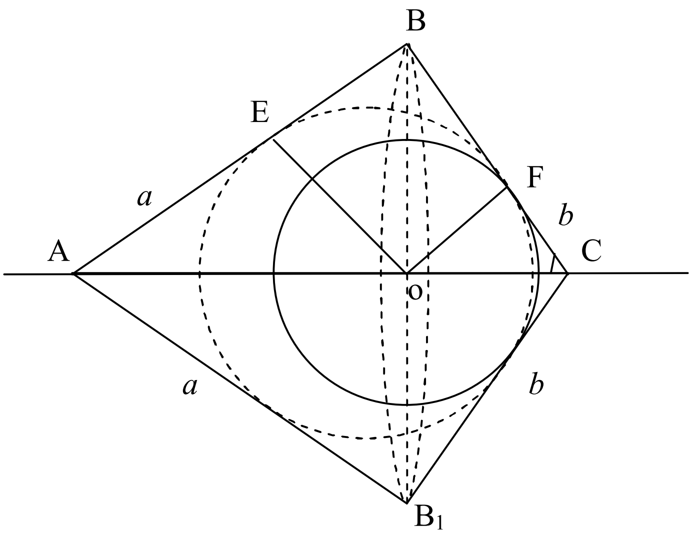
$V_k = S_m \frac{r}{3} = \pi R(L+R)\frac{r}{3} = \frac{1}{3}\pi R^2 (OC + r) = \frac{1}{3}\pi R^2 H$. Маселеде талап кылынган далилденди.

7. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттери а жана b. Бул үч бурчтукту гипотенузанын айланасында айландыруудан пайда болгон телого ичтен сызылган шардын көлөмүн тапкыла?

Чыгарылышы: Берилген тик бурчтуу үч бурчтукту гипотенузанын айланасында айландырабыз. Айландыруудан пайда болгон телонун жана ага ичтен сызылган шардын гипотенуза боюнча кесилишин карайбыз.

$AB=AB_1=a$, $CB=CB_1=b$ үч бурчтуктун берилген катеттери, AC анын гипотенузасы болсун.

$AC \cap BB_1 = O$ -ичтен сызылган шардын борбору. Ал шар тик бурчтуу үч бурчтуктун AB жана BC катеттерин тиешелүү түрдө E жана F чекиттеринде жанып өтсүн, б.а $OE \perp AB$ жана $OF \perp BC$ болсун. Демек $OE=OF=r$. Натыйжада, тик бурчтуу үч бурчтуктардын окшоштук белгиси боюнча $\Delta ABC \sim \Delta OFC$ болгондуктан алардын жактарынын пропорциялуулугун жазуу мүмкүн:



$$\frac{a}{b} = \frac{r}{FC} \quad (1)$$

Ошондой эле $\Delta ABC \sim \Delta AEO$ болгондуктан $\frac{b}{a} = \frac{r}{AE}$ (2) катышын жазууга болот.

Шардын көлөмү $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (3)

Бир эле B чекиттен айланага жүргүзүлгөн жанымалардын касиети боюнча BE=BF (4) Эми (1) жана (2) барабардыктарга AE=a-BE,FC=b-BE маанилерин койсок анда

$BE=\frac{ab-ar}{b}$ (5) $BE=\frac{ab-br}{a}$ (6) барабардыктарынан $r = \frac{ab}{a+b}$ (7)

маанисин табабыз. Аны шардын көлөмүн аныктоо формуласына, б.а (3) гө коюп, изделүүчү туюнтманы алабыз:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{a^3 b^3}{(a+b)^3}$$

8. Бүтүн сандардын көптүгүндө теңдемени чыгаргыла: $1! + 2! + 3! + ... + x! = y^2$.

Чыгаруу: Эгерде x=1 болсо, анда $y^2=1$ болот. Ал эми x=3 болсо, анда $y^2=9$ болот.

Б.а. төмөнкү чыгарылыштарды таап көрөбүз:

$$\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_2=1 \\ y_2=-1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_3=3 \\ y_3=3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_4=3 \\ y_4=-3 \end{cases}.$$

Жогорудагылардын негизинде x=2 болсо, $1!+2!=3\neq y^2$ жана x=4 болсо, $1!+2!+3!+4!=33\neq y^2$. Эгерде $x\geq 5$, анда (5!+6!+...+x!=10N)

1! + 2! + 3! + ... + x! = 33+10N – бул сандын аягы 3 менен аяктайт- демек, бул сан бүтүн сандын квадраты болуп эсептелбейт.

Жообу: $\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_2=1 \\ y_2=-1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_3=3 \\ y_3=3 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_4=3 \\ y_4=-3 \end{cases}.$

9. Натуралдык сандардын көптүгүндө теңдемени чыгаргыла: $x+\cfrac{1}{y+\cfrac{1}{z}}=\frac{10}{7}$.

*1-**чыгарылышы***: $\frac{10}{7}$ бөлчөгүн чынжырлуу бөлчөккө ажыратабыз:

$$\frac{10}{7}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3}}.$$

Бул маанини берилген теңдемеге коюп төмөнкүлөргө ээ болобуз:

$$x+\cfrac{1}{y+\cfrac{1}{z}}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3}}$$

Жогорудагы барабардыктан б.а. рационалдык санды чынжырлуу бөлчөккө ажыратуунун жалгыздыгынан x=1, y=2, z=3 экендигине ээ болобуз.

*2-**чыгарылышы***: берилген теңдемени $x+\frac{z}{1+yz}=1+\frac{3}{7}$ түрүнө өзгөртүп алабыз. Анда барабардыктан көрүнүп тургандай x- бүтүн сан, ал эми $x+\frac{z}{1+yz}$ -бөлчөк сан (б.а. бөлчөк бөлүгү), анда $\begin{cases} x=1 \\ \frac{z}{1+yz}=\frac{3}{7} \end{cases}$.

Экинчи теңдемеден

$\frac{1+yz}{z}=\frac{7}{3}$, же $y+\frac{1}{z}=2+\frac{1}{3}$. мындан $y=2, z=3$ экендиги келип чыгат.

P(x, y, z) =0 теңдемесинин чыгарылыштары төмөндөгүдөй сандардын көптүгү канааттандырат:

$$x_1=\frac{x}{2},\quad y_1=\frac{y}{2},\ z_1=\frac{z}{2};\quad x_2=\frac{x}{4},\quad y_2=\frac{y}{4},\ z_2=\frac{z}{4};\quad x_3=\frac{x}{8},\quad y_3=\frac{y}{8},\ z_3=\frac{z}{8};\quad \ldots ;$$

$$x_к=\frac{x}{2^к},\quad y_к=\frac{y}{2^к},\ z_к=\frac{z}{2^к};\quad \ldots$$

Бул сандардын бардыгы .. сан болгондуктан, P(x, y, z) =0 теңдемесинин чыгарылыштары x=0, y=0, z=0 болот.

10. $x^2-2(a-1)x+2a+1=0$ теңдемеси чечимге ээ болгон а нын маанилерин тапкыла жана тамырларыны белгисин аныктагыла. *(1992-жыл. 10-класс).*

Жообу: $a\le 0$ болсо, тамырлары түрдүү белгиде, $a\ge 0$ болсо, тамырлары оң, $a=0$ болсо, бир терс тамыргаээ болот.

11. Теңдеменин бүтүн чыгарылыштарын тапкыла: $xy^2+x^2y=30$.(1993-жыл. 9-класс).

Жообу: (2;3), (1,-6), (3;2), (-6,1), (5;1), (1;5), (-6;5), (5;-6).

12. Бир цифрасынан 1993 тү жана 2 цифрасын кармаган 111...11 • 222...22 саны 7 ге бөлүнүшү үчүн жылдызчанын ордуна кандай цифра коюу керек? (1993-жыл. 10-класс).

Жообу: 111111 жана 222222 сандары 7 ге калдыксыз бөлүнөт, демек, маселенин жообу 1•2 санынын 7 ге бөлүнүшүнөн келип чыгат. •белгисинин ордуна 1 же 8 цифрасын коюу керек.

13. Фирма чоң тик дубалга реклама жайгаштарууну чечти.Бул үчүн тепкич жолонуп турушу керек. Маселе, тепкич бийиктиги 2метр болгон жана дубалдан 0.25 м аралыкта турган тоскоолдуктун устунон отушу керек экендиги менен татаалданат. Жумушту аткарууга керек болгон тепкичтин эң кичине узундугун аныктагыла.

Чыгаруу:

Негиз менен тепкичтин ортосундагы бурчту деп бклгилейли. Анда тоскоолддукттун өйдө жагын жанган (ушул учурда гана минимум жетишилет) тепкичтин узундугун төмөнкү функция менен туюндурулат:

$$L = \frac{0{,}25}{\cos a} + \frac{2}{\sin a};\ 0 < a < \pi/2$$

Бул функциядан туунду алып жана аны нөлгө барабарлайбыз:

$$0 = L' = \frac{0{,}25\sin^3\alpha}{\sin^2 \cdot \cos\alpha} - \frac{2\cos^3\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Алынган тендемени чыгарабыз

$$0 = \frac{0{,}25\sin^3\alpha - 2\cos^3\alpha}{\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha} \Rightarrow tg^3\alpha = 8 \Rightarrow tg\alpha = 2.$$

Мындан $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$ барабардыгы аткарылгандыктан

$\frac{1}{\cos\alpha} = \sqrt{5}$ барабардыгын алабыз.

Ал эми $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$ барабардыгынан

$\frac{1}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ экендиги келип чыгат.

Табылган маанилерди $L = \frac{0{,}25}{\cos a} + \frac{2}{\sin a}$ функциясына коюп, анын минимумун аныктайбыз: $L_{\min} = 0{,}25 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5} \approx 2{,}795$ метр.

Эскертуу. L функциясыны озунун аныкталуу областынын чектерине жакындыгында чексиз осот, ошондуктан анын жалгыз критикалык чекити минимум чекити болот.

14. (11.у.23). Берилген

$$12x^2 - 23x^2y + 5y^2 = 2013$$

тендемесинин чыгарылыштары натуралдык сандарда тапкыла.

Чыгаруу:

$12x^2 - 23x^2y + 5y^2$ үч мучосун кобойтуучулорго ажыратууга болот:

$$12x^4 - 23x^2y + 5y^2 = (3x^2 - 5y)(4x^2 - y).$$

Оз кезегинде 2013 саны дагы кобойтуучулорго ажырайт:

$$2013 = 1 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 61.$$

Ошондуктан, маселенин чыгарылышы төмөнкү системалардын чыгарылышын табууга алып келинет:

1) $\begin{cases} 3x^2 - 5y = 1, \\ 4x^2 - y = 2013, \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x^2 - 5y = 3, \\ 4x^2 - y = 11 \cdot 61, \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x^2 - 5y = 11, \\ 4x^2 - y = 3 \cdot 61, \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x^2 - 5y = 3 \cdot 11, \\ 4x^2 - y = 61. \end{cases}$

Белгилей турган кетуучу нерсе, эгерде x жана y натуралдык сандар болушса, $4x^2 - y$ туюнтмасы $3x^2 - 5y$ туюнтмасынан чон, ошондуктан башка системалар мүмкүн эмес.

Ситемаларды түздон түз чыгарып, 4-система гана натуралдык сандардагы чыгарылышка ээ экендиги оной эле коруууго болот.

Жооп: $x = 4;\ \ y = 3;$

15. Берилген 21+2121+212121+21212121…. Сандык катарынын биринчи n мучолорунун суммасын тапкыла.

Чыгаруу:

21 санын кашаанын сыртына чыгаралы:

$21[1 + 101 + 10101 + 1010101 + ...] = 21S,$ жана S_n чондугун эсептейли.

Ал үчүн сумманы озгортуп түзобуз:

$$S_n = (1 + 0...) + (100 + 1 + 0...) + (10000 + 100 + 1 + 0...) + (1000000 + 10000 + 100 + 1 + 0 + ...,$$

Андан кийин кашаалардын ичинде турган биринчи, экинчи ж.б

Кошулуучуларды бириктирип, кошулуучуларды кайрадан толтоштурабыз (кашаалардын ичинде жазылган кошулуучулардын кийинкилеррин нолго барабар деп эсептейбиз):

$$S_n = \{1 + 100 + 10000 + 1000000 + ... + 100^{n-1}\} + ... + \{1 + 100 + 10000\} + \{1 + 100\} + \{1\}.$$

Ар бир фигаралык кашаанын ичыинде геометртялык прогрессия турат.

Ошондуктан,

$$S_n = 1 \cdot \frac{1 - 100^n}{1 - 100} + 1 \cdot \frac{1 - 100^{n-1}}{1 - 100} + 1 \cdot \frac{1 - 100^{n-1}}{1 - 100} + ... + 1 \cdot \frac{1 - 100^3}{1 - 100} + 1 \cdot \frac{1 - 100^2}{1 - 100} + 1 \cdot \frac{1 - 100}{1 - 100}$$

$$= \frac{1}{99}\left[(100^n - 1) + (100^{n-1} - 1) + (100^{n-1} - 1) + (100^{n-2} - 1) + ... + (100^3 - 1) + (100^2 - 1) + (100 - 1)\right]$$

Алынган геометртялык прогрессиянын дагы бир жолу суммалап, төмөнкүну алабыз:

$$S_n = \frac{1}{99}\left[100\frac{1-100^n}{1-100} - n\right].$$

Ошентип, изделуучу сумма:

`
$$21S_n = \frac{21}{99}\left[100\frac{1-100^n}{1-100} - n\right].$$

16. *Шахматтык турнирде онунчу класстын үч окуучусу жана оң биринчи класстын бир нече окуучусу оз ара бирден партия ойношту.*
үч оюнчу класстын окуучусу биригип 7 упай топтошту, ал эми оң биринчи класстын окуучуларынын ар бири бирдей бүтүн сандагы упайга ээ болушту. Турнирге канча оң биринчи класстын окуучусу катышкан?

Чыгаруу:

Он биринчи класстын окуучуларынын санын *x*, ал эми алардын ар бири алган упайды t аркылуу бепгилейли. Анда оң бтринчи класстын окуучулары *xt* упай алгандыгы , а турнирде бардыгы (*xt+7)* упай топтолгондугу келип чыгат.

Турнирде (*x+3)* окучу катышкандыктан, анда $\frac{(x+3)(x+2)}{2}$ упай топтолгон.

Демек, $xt + 7 = \frac{(x+3)(x+2)}{2}$ же $(2xt + 14) = (x+3)(x+2)$.

Бизде эки белгисиз бар бир тендеме алынды. Анын чыгарылышын табу үчүн маселенин шарттарын колдонобуз.

Азыркы тендеменин эки жагын тен *x*-натуралдык санына болуп жиберебиз. Анда $2t = x + 5 - \frac{8}{x}$. 2t натуралдык сандар болгондуктан ,

x саны 8 санын болуучусу болушу керек, б.а. төмөнкү учурларды кароо жетиштуу:

x=1; x=2; x=4; x=8.

$2t = x + 5 - \frac{8}{x}$ тендеменин сол жагы 2t жуп бүтүн натуралдык сан болгондуктан, тендеменин $x=8$ тамыры гана канааттандырат.

Жооп: Турнирде оң биринчи класстын 8 окуучусу катышкан.

17. Тегерекке ичтен сызылган каалагандай торт бурчтукта диогналдардын кобойтундусу анын карама каршы жактарынын кобойтундулорунун суммасына барабар экендигин далилдегиле.

Чыгаруу: (Бул жыйынтык Птоломейдин теоремасы ден аталат.)

CBD бурчуна барабар болгон ABF бурчун курабыз.

1) ABF жана CBD үч бурчтуктарынын окшоштугунан AB/BD =AF/CD экендиги келип чыгат, ошондуктан $AB \cdot CD = BD \cdot AF.$

2) ABD жана BFC үч бурчтуктарынын окшоштугунана AD/FC=BD/BC экендиги келип чыгат, ошондуктан $AD \cdot BC = BD.$

Анда, $AB \cdot CD + AD \cdot BC = BD \cdot AF + FC \cdot BD = BD(AF + FC) = BD \cdot AC.$

18. *Аралыгы 6км болгон эки чекиттен бири бирин коздой Ромео менен Джулөеттаны коздой Амур учуп чыкты. Ал Джулөеттага учуп жетип, ага бир тийип,ошол замат бурулуп, кайра эле Ромеого учуп жонойт. Ромеого келип бир тийип, кайра эле ошол замат Джулөеттага учуп жонойт. Жана дагы ушинтип ал Ромео Джулөетага кезигишкенге чейин ары-бери учуп журо берет. Амурдун ылдамдыгы Джулөеттанын ылдамдыгынан 7 эсе чон, ал эми Ромеонун ылдамдыгы Джулөетанын ылдамдыгынан 3 эсе чоң экендиги белгилуу.*

1) Амур биринчи жолу Ромеого кайрылып келгенде канча километр учуп өткөн?

2) Амур n-жолу Ромеого кайрылып келгенде канча километр учуп өткөн?

3) Амур бардыгы канча километр учуп өткөн?

Чыгаруу:

Амур биринчи жолу Джулөетага учуп жеткеде , ал аларды болуп турган аралыктын 7/8 болугун учуп өтөт, ал эми Джулөетта 1⁄8 болугун басып өтөт.

Ошентип, Амур биринчи жолу Джулөетага учуп жеткенде , ал $6 \cdot 7/8 = 5{,}25$ км учуп өтөт.

Конулго алуучу нерсе, ушул эле убакыт ичинде Ромео бардык жолдун 3/8 болугун басып өтөт, башкача айтканда, Джулбетта менен Амурдун биринчи жолу кещдешкен мрментиндеги Джулбетта менен Ромеонун ортосундагы аралыктын $1-[(1/8)+(3/8)] = 4/8 = 1/2$ болугуно барабар болот: $1/2 \cdot 6км = 3км$

Эми Амур Ромеого кайра учуп келе жатат. Ал аларды болуп турган аралыктын 0,7 болугун учуп өтөт, а Ромео 0,3 бөлүгүн басып өтөт.

Биринчи суроонун **жообу:**

$7/8 \cdot 6км + 0{,}7 \cdot (1/2) \cdot 6км = 1{,}255 \cdot 6км = 7{,}35км.$

Качан Амур Джулөеттадан Ромеого кайрылып учуп келе жаткан убакыт ичинде , суйушкондор аларды болуп турган аралыктын 0,3 (Ромео)+0,1 (Джулөетта) = 0,4 болугун басып өтүшөт.

Ошондуктан, качан Амур Ромеого 1-жолу кайрылып келген моменте, сүйшкөндөрдүн ортосундагы аралык $(1-0{,}4) \cdot (1/2) \cdot 6км = 0{,}3 \cdot 6км$ ге барабар болот, ал эми Амур, мурун көргөндөй, алардын ортосундагы баштапкы аралыктын 1,225 бөлүгүн учуп өтөт.

Ушундай эле ой жүгүртүүлөрдөн, тыякка жана кайра артка 2-жолу учуп өткөн убакыт ичинде , Амур $1{,}225(0{,}3 \cdot 6)$ км учат жана дагы ушу сыяктуу эле. Жыйынтыгында, Амур n жолу тыякка жана кайра артка учуп өткөндогу аралык төмөнкү сумманы түзот:

$$1{,}225(6км) + 1{,}225(0{,}3 \cdot 6км) + 1{,}225(0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 6км) + 1{,}225(0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 6км) + \ldots +$$
$$+ 1{,}225(0{,}3^{n-1} \cdot 6км) = 1{,}225 \cdot 6км \cdot (1 + 0{,}3 + 0{,}3^2 + \ldots + 1 \cdot 0{,}3^{n-1}).$$

Демек, качан Амур n-жолу Ромеого кайрадан учуп келгенде, ал

$$S_n = 1{,}225 \cdot 6 \frac{1-0{,}3^n}{1-0{,}3}$$

Аралыкты учуп өтөт.

Азыркы суроонун жообун $S = \frac{b}{1-q}$ (чексиз кемуучу геометриялык прогрессиянын суммасы) формуласын колдонуп алсак болот:

$1{,}255\cdot 6\dfrac{1}{1-0{,}3}=10{,}5$ км.

Же болбосо, Джулөетта Ромео менен кезигишкенге чейин 1,5 км журо тургандыгын эске алсак, анда 7 эсе чоң ылдамдыкка ээ болгон Амур, ушул убакыт ичинде $1{,}5\text{км}\cdot 7=10{,}5\text{км}$ учуп өтөт.

19. $$\frac{1}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}+\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt[3]{k^2-2k+1}+\sqrt[3]{k^2-k}+\sqrt[3]{k^2}}+$$
$$+\frac{2013}{\sqrt[3]{k^2}+\sqrt[3]{k^2+k}+\sqrt[3]{k^2+2k+1}}=2011$$

Тендеменин бүтүн тамырларын тапкыла.

Чыгаруу:

Кубдардын айырмасы үчүн формуласын колдонобуз.

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ жана тендеменин сол жагын озгорбуп түзобуз:жасоо кег

$$\frac{\sqrt[3]{2-1}}{(\sqrt[3]{2-1})(\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2-1})}+\frac{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}}{(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{3^2}-\sqrt[3]{3\cdot 2}+\sqrt[3]{2^2})}+\ldots+$$
$$+\frac{\sqrt[3]{k}-\sqrt[3]{k-1}}{(\sqrt[3]{k^2}+\sqrt[3]{k(k-1)}+\sqrt[3]{(k-1)^2})(\sqrt[3]{k}-\sqrt[3]{k-1})}+\frac{2013(\sqrt[3]{k+1}-\sqrt[3]{k})}{(\sqrt[3]{(k+1)^2}-\sqrt[3]{k(k+1)}+\sqrt[3]{k^2})(\sqrt[3]{k+1}-\sqrt[3]{k})}=$$
$$=\frac{(\sqrt[3]{2}-1)+(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})+\ldots+(\sqrt[3]{k}-\sqrt[3]{k-1})+2013(\sqrt[3]{k+1}-\sqrt[3]{k})}{1}=2013\sqrt[3]{k+1}-2012\sqrt[3]{k-1}.$$

Демек, тендеме төмөнкү турго озгортулуп түзулду:

$2013\sqrt[3]{k+1}-2012\sqrt[3]{k-1}=2011.$

Эки удаалаш бүтүн сандардын кубдук тамырлары -1; 0 жана 0; 1 сандары үчүн гана бүтүн маанилертге ээ болушат.

Ошондуктан, k=-1 тендемени тамыры экендигине түздон түз ордуна коюу менен ишенууго болот.

20. Фирма жумуртканын бир даанасын 11 сомдон саттат. Ал фирма кимде кимдин сатып алуулардын жалпы наркын чагылдырган чекине 3781 цифраларынын группасы, кирсе, ага приз беруунү убада кылды. Бул цифралар корсотулгон иретте удаалаш турушу керек. Призди гарантия менен алуу үчүн минимум канча жумуртка сатып алуу керек?

Чыгаруу: Призди алуу үчүн, 3781 цифраларынын группасы кире турган суммадагы сатып алуулары жасоо керек. Ал эми жумуртка 11 сом тургандыктан , бизге 11 ге эселүү эң кичине танды табу керек. Эгерде 11 ге бөлүнүүчүлуктун белгисин колдонсок, Бул сан оной эле табылат.

Эгерде берилген сандын жазылышындагы жуп жана так орундагы цифралардын суммаларынын ортосундагы айырма 11 ге бөлүнсө, анда n саны 11 ге бөлүнөт.

Аталган 11 ге бөлүнүүчүлүктүн белгиси жана жогурудагы ой жүгүртүүчүлөр маселенин төмөнкү түрдө кайра жазууга алып келет:

$\overline{A3781}$ же $\overline{3781B}$ түрүндөгү 11ге бөлүнүүчү натуралдык сандардын эң кичинесин тапкыла.

Чыгаруу:

$\overline{A3781}$ саны 11ге бөлүнөт, эгерде $(A+7+1)-(3+8)$ айырмасы 11ге эселүү болсо. Демек, A=3.

$\overline{3781B}$ саны 11ге бөлүнөт, эгерде $(7+1)-(3+8+B)$ айырмасы 11 ге эселүү болсо. Демек, B=8. Жыйынтыкта, эки санга ээ болобуз: 33781 жана 37818.

Ошентип, приз алуу үчүн 33781 сом сарптап, 3071 жумуртка сатып алуу жетиштуу болот.

21. Ченоочу приборлордун үч модели жасалат. А моделин жыйноого 2 саат жана комплектоочу тетиктерди сатып алууга $50 сарпталат. Тиешелүү бертлтштер В модели үчүн: 4 саат жана $40. Эгерде жыйноого 34 саат жана комплектоочу тетиктерди сатып алууга $730 сарпталса, ар бир модел боюнча канчадан ченоочу приборлор жасалган?

Чыгаруу:

Маселе көп чыгарылышка ээ. Бардык чыгарылыштарды жазып чыгуу үчүн тендемелердин системасын түзобуз:

$$\begin{cases} 2x+3y+4z=34, \\ 50x+60y+40z=730. \end{cases}$$

z=p деп эсептеп, төмөнкү системага келебиз:

$$\begin{cases} 2x+3y=34-4p, \\ 50x+60y=730-40p. \end{cases}$$

Системаны чыгарып, $x=4p+5;\ y=8-4p$ маанилерди алабыз.

Эгерде жон гана системаны чыгарсак, анда жооп:

$\{4p+5;8-4p;p\}$, бул жерде *p-каалагандай сан.*

Бирок , соз приборлордун саны жонундо журуп жаткандыктан, белгисиздердин маанилерин бүтүн терс эмес сандар болушу керек. Ошондуктан , маселенин шарттарын $p=0,1,2$ маанилери гана канаттандырышат. Аларга төмөнкү чыгарылыштар тура келишет: $\{5;8;0\}$, $\{9;4;1\}$; жана $\{13;0;2\}$.

Калган p нын бардык бүтүн маанилертнде тиешелүү чыгарылыштар терс маанилерди ичине алат, демек алар маселенин шарттарына жооп беришпейт.

22. *Тар бурчтуу үч бурчтуктун эки бийиктиги тиешелүү түрдө 3см жана* $2\sqrt{2}$ *см ге барабар, а алардын кесилиши чекити үчүнчу бийиктиги үч бурчтукттун чокусунан эсептегенде 5:1 катышында болот. үч бурчтуктун аянтын тапкыла.*

Чыгаруу:

Маселенин шарты боюнча BD=3см, $AF=2\sqrt{2}см$, $CO:OE=5:1$

OE=*x, OF=y, OD=z* бклгилоолорунун киргизели. Анда OC=*5x. AOD* жана BFO үч бурчтуктарынын жана OCD жана BOE үч бурчтуктарынын окшотуктарынын жана OCD жана BFO үч бурчтуктарынын жана OCD жана BOE үч бурчтуктарынын окшоштуктарынын $OD\cdot OB=AO\cdot OF=OC\cdot OE$ экендигин алабыз, б.а

$$z(3-z)=y(2\sqrt{2}-y)=5x^2 \qquad (1)$$

/ч бурчтуктун аянтын төмөнкү түрдө жазабыз:

$$S_{ABS}=3x\cdot AB=\sqrt{2}\cdot BC=\frac{3}{2}\cdot AC=\frac{1}{2}(x\cdot AB+y\cdot BC+z\cdot AC).$$

Мындан

$$6x\cdot AB=x\cdot AB+y\cdot\frac{3x}{\sqrt{2}}\cdot AB+z\cdot 2x\cdot AB.$$

Акыркы барабардыктын эки жагын тең $x \cdot AB$ туюнтмасына болуп төмөнкүнү алабыз:

$$3y + 2\sqrt{2z} = 5\sqrt{2}\,.$$

(2)

(1)-(2) тендемелеринин системасын чыгарып,

$$x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}, \quad y = \sqrt{2}, \quad z = 1$$

Экендигине ээ болобуз. Андан кийин AOD жана COD тик бурчттуу үч бурчтуктарынан AD=1, CD=3 экендиги келип чыгат.

Демек,

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6(см^2)\,.$$

23.Мейли S айлана болуп жана d айлана S ти кесип отпой турган түз сызык болуп саналсын. S айлананы оз ичине алган тегиздикте $\angle MPN бурчуd$ пер сызыгынын бардык M,N айлана S менен сырттан жанып өткөндой P чекити жашайбы?

ЧЫГАРЫЛЫШЫ: Мейли S айланасы O_1 борборго r радиуска ээ болсун. A - O_1 ден d түз сызыгына түшүрүлгөн перпендикулярдын негизи болсун.

P-O_1 A дагы $|AO_1|^2 - |AP|^2 = r^2$ шартты канааттандырган чекит болсун.

Мейли□борбору O_2 жана диаметри MN болгон айлана болуп саналсын, анын устуно □ айлана Sтисырттанжаныпотсун.Мейли, каалаганXчекитүчүн$P(P) = |O_2X|^2 - \left(\frac{|MN|}{2}\right)^2 -$

Xчекитин□гасалыштырмалуударажасыболупсаналсын.МейлиQ-PNдин□айланасыменен кесилишүүчекитиболсун. Анда$\angle PQM = \angle NQM = \frac{\pi}{2}$

$$P(P) = |PQ| * |PN| = |PM| * \cos\angle MPN * |PN = 2S_{MPN} * ctg\angle MPN|$$

Башкажагынан

P(P)=$(|QA|^2 + |AP|^2) - \left(\frac{|MN|^2}{2}\right) = (|QA|^2 + |AO_1|^2) - -\left(\frac{|MN|^2}{2}\right) + |AP|^2 - |AO_1|^2 = P(O_1) + |AP|^2 - |AO_1|^2 = r(r + |MN|) - r^2 = r * |MN|$.

P(P) үчүнтуюнтманытекшерип,төмөнкүнуалабыз:

$$tg\angle MPN = \frac{2S_{MPN}}{r * |MN|} = \frac{|AP| * |MN|}{r * |MN|} = \frac{|AP|}{r},$$

Бул константа болупсаналат.

24. Бардык $n \in N$ *үчүн* $f\left(f\big(f(n)\big)\right) + f\big(f(n)\big) + f(n) = 3n$

Шартты канаатандыруучу бардык f:N—>N функцияларды тапкыла.

ЧЫГАРЫЛЫШЫ:

Белгилеп кетели,эгерде$f(a) = f(b)$ болсо,анда п=а жана п=b ларды берилген ара катыштарга коюп, 3a=3b=>a=b ны алабыз.Индукцияны пайдаланып,$f(n_0) = n_0$ ди далилдейбиз. Эгерде $n \geq n_0 > k$ болсо, анда $f(n) \neq f(k)$ б.а. $f(n) \geq n_0$ *бардык* $n \geq n_0$ *үчүн.*

Ошону менен бирге $f(n_0) \geq n_0$. Анда (1) ди $n = f(n_0)$ го жана ошондой эле $f(f(n_0))$ го да колдонууга болот. $n = n_0$ ди берилген ара катышка коюп, төмөнкүнү алабыз:

$$3n_0 = (f\left(f\big(f(n_0)\big)\right) + f\big(f(n_0)\big) + f(n_0) \geq n_0 + n_0 + n_0.$$

Бирок барабардык орун алат,анда $f(n_0) = n_0$ дал ушуну далилдөө талап кылынган.

25. ABC тар бурчтуу үч бурчтукта үч бийиктик: АA_1, BB_1, CC_1 өткөрүлөт. Кандай үч бурчтуктар үчүн C_1 ден AC, BC, BC, ВB_1 жана АA_1, кесиндилерге түшүрүлгөн перпендикулярлардын негиздери бир түз сызыкта жатышат?

ЧЫГАРЫЛЫШЫ. Чиймени тургузууга бир нече аракет бардык тар бурчтуу үч бурчтуктар үчүн төрт чекит бир түз сызыкта жатат жатат деген болжолдоону берет.

Мейли B_2, A_2, M *жана* AC, BC, BB_1 *жана* AA_1 *ге* C_1 ден түшүрүлгөн перпендикулярдын тиешелүү негиздери болсун. Мейли ∠CBA=β. $C_1, B_2, C\ A_2$ лердин бардыгы бир айланада жатышат, анда $\angle CB_2A_2 = \angle CC_1A_2 = 90° -$

$-\angle C_1CA_2 = \angle ABC = \beta$

Башка жагынан B_2,A,C_1 жана N да бир айланада жаткандыктан,

$\angle AB_2N = 90° + \angle C_1B_2N = 90° + \angle C_1AA_1 = 90° + 90° - \angle ABC = 180° - \beta$.

Ошондуктан $\angle AB_2N + \angle CB_2A_2 = 180°$.

Ушуга окшош эле, $\angle BA_2M+\angle CA_2B_2=180° => B_2$, N, M, жана A_2 бир түз сызыкта жатышат.

26. Мейли 0<x<y чыныгы сандар болуп саналышсын жана

$H = \frac{2xy}{x+y}, G = \sqrt{xy}, A = \frac{x+y}{2}$ *жана* $Q = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$

Сандары алардын тиешелүү түрдө орточо гармоникалык, геометриялык орто, орто арифметикалык жана квадраттык орто сандары болуп эсептелишет. H<G<A<Q экендиги белгилуу.Төмөнкү кесиндилерди:$[H, G], [G, A]$ *жана* $[A, Q]$ узундугу боюнча тартинке салгыла.

ЧЫГАРЫЛЫШЫ: Белгилеп кетели, $A * H = \frac{2xy}{x+y} * \frac{x+y}{2} === xy = G^2 =>$

$G = \sqrt{A * H}$ жана

$G^2 + Q^2 = xy + \frac{x^2+y^2}{2} = 2 * \frac{(x+y)^2}{4} = 2 * A^2 => A = \sqrt{\frac{G^2+Q^2}{2}}$ G саны H жана Асандарынын геометриялык ортосу, ошондуктан ал алардын орто арифметикалыгынан кичине,б.а. $G < \frac{H+A}{2}$. Мындан төмөнкү чыгат. 2G<H+A⇔G-H<A-G. A саны G жана Q ларды орто квадраты болуп саналат, демек, алардын орто арифметикалыгынан чон, б. а. A>$\frac{G+Q}{2}$ Мындан төмөнкү чыгат: 2A>G+Q⇔Q-A<A-G.

Үч интервалдын эң чоңу $[G, A]. Q - G > 0$ *жана* $2A > G + +Q$ ну эсепке алсак,төмөнкү келип чыгат:

2A(Q-G)>$Q^2 - G^2 = \frac{x^2+y^2}{2} - xy = \frac{x^2+2xy+y^2}{2} - 2xy = 2A^2$-$2G^2 = 2A^2 - 2AH = 2A(A-H) \Leftrightarrow Q - G > A - H \Leftrightarrow Q - A > G - H.$

Ошентип ,интервалдын төмөнкү маанисин алдык: $[H, G], [A, Q], [G, A]$

27. А жана В эки областтын волейболдук командаларынын турниринде А областынын командаларынын саны Вобластынын командалрынын санынан 9 га көп болду. Каалаган эки команда оз ара туптуура бир жолудан беттешишкен, ошондой болсо да, А областынан командалар жалпы Эсептөөдо Внын бардык командаларын бирге алгандыгына караганда 9 эсе көп ачко алышкан(жеңүүчү туптуура бир очко алат, уттурган 0 очко,тең

чыгуу болбойт). В областынан эң жакшы команда эң көп дегенде кандай сандагы очко таба алат?

ЧЫГАРЫЛЫШЫ: Мейли х-Вдан командалардын саны болсун. Анда (х+9)-Адан командалардын саны.В дан командалар оз ара х(х-1)⁄2+к гf барабар болду,мында к- А командаларынын үстүнөн жеңиштердин саны.

Андан кийин А нын командаларынын алган алгач очколорунун саны (х+8)(х+9)⁄2-к.

Анда 9(х(х-1)⁄2+к)=(х+8)(х+9)⁄2+х(х+9)к<=>3х^2---22х+10к-36=0.

Бул квадраттык тендемени натуралдык к үчүн,натуралдык сандар менен чыгаруу керек. Бул үчүн квадраттык тендеменин дискриминанты 22^2-4*3(10к-----36)=4*229-36к) бүтүн сандын квадраты болууга тийиш.Анда к$\leq$ 7 жана жөнөкөй ордуна коюу к=2 жана к=6 болгондо анык квадратты берет деген ойду туудурат. Эгерде к=2 болсо,анда х=8 жана В нын эң жакшы командасы 7+2=9 очко алса мүмкүн болмок.

К=6 болгондо, х=6 жана анда В областында 6 команда жана А областында 15 команда жана В нын эң жакшы командасы 5+6=11 очко алса мүмкүн болмок.

Жооп:11очко.

28. Мейли $x_1, x_2, \ldots, x_n$- суммасы 1ге барабар болгон оң сандар,$n \geq 2$. Белгилейбиз

$$S_n = \frac{x_1^2}{x_1 + x_2} + \frac{x_2^2}{x_2 + x_3} + \cdots + \frac{x_{n-1}^2}{x_{n-1} + x_n} + \frac{x_n^2}{x_n + x_1}.$$

А)S_2 учун мумкун болгон минималдык маани $-$ a санын тапкыла.

Б) Бардык n>2 үчүн $S_n \geq a$ ны далилдегиле.

ЧЫГАРЫЛЫШЫ: *А)*$S_2 = x_1^2 + x_2^2, x_1 + x_2 = 1$ди алабыз, S_2 нин минималдык мааниси 1⁄2ге барабар.

Б) $x_{n+1} = x_1$ дейли СА-СГны эсепке алып,төмөнкүнү алабыз:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i^2}{x_i+x_{i+1}}=\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i^2+x_ix_{i+1}-x_ix_{i+1}}{x_i+x_{i+1}}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\frac{x_ix_{i+1}}{x_i+x_{i+1}}\right)\geq\geq\sum_{i=0}^{n}x_i-\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\frac{x_i+x_{i+1}}{2}\right)^2}{x_i+x_{i+1}}=1$$

$$-\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n}(x_i+x_{i+1})=1-\frac{1}{4}*2==\frac{1}{2}.$$

29. Кайсы n$\in N$ үчүн $\frac{(5n)!}{40^n*n!}$ саны бүтүн болот?

ЧЫГАРЫЛЫШЫ: Белгилейбиз: $S_n=\frac{(5n)!}{40^n*n!}$ Эсептөөлөр S_1,S_2,S_3 - бүтүн дегенди берет.

Математикалык индукция методу менен бардык S_n дер бүтүн дегенди далилдөөгө аракеттенип королу. Бул үчүн S_{n+1}/S_n – ар дайым бүтүн сан дегенди далилдөө табигый нерсе.

n=1 болгондо,томонкуго ээ болобуз:$S_1=\frac{5!}{40*1!}=3\in N$.

n>1болгондо төмөнкү орун алат деп болжолдойлу $S_n=\frac{(5n)!}{40^n*n!}\epsilon N$.

Анда $S_{n+1}=\frac{(5(n+1))!}{40^{n+1}*(n+1)!}=S_n*\frac{(5n+1)*(5n+2)*(5n+3)*(5n+4)*(5n+1)}{40*(n+1)}===S_n*\frac{(5n+1)*(5n+2)*(5n+3)*(5n+4)}{8}$. Болжолдоо боюнча $S_n\epsilon N$ Акыркы болчоктун алымында торт удаалаш натуралдык сандар турат. Бул торт сандын кобойтундусу ар дайым 8ге бөлүнөөрү айкын. Демек $S_{n+1}\epsilon N$ дал ушуну далилдөө талап кылынган.

30. ABC үч бурчтугунун ичинде О чекити алынган. Мейли d_a,d_b,d_c - андан BC,CA жана AB түз сызыктарына чейинки аралыктар. О чекитинин кандай абалында $d_ad_bd_c$ кобойтунду эң чоң болот?

ЧЫГАРЫЛЫШЫ: Бизге Δ ABC ч бурчтугунун ичинде ушундай О чекитин табуу керек, үч сандын кобойтундусу $d_ad_bd_{c\longrightarrow max}$ болсун $ad_a=2*S_{\Delta BOC}$, $bd_b=2*S_{\Delta AOC}$, $cd_c=2*S_{\Delta AOB}$ кендиги айкын.

Ошондуктан $d_ad_bd_c$ максималдуу болот, качан гана

T=$S_{\Delta BOC} * S_{\Delta AOC} * S_{\Delta AOB}$ Максималдуу болгондо,бирок $S_{\Delta BOC} * S_{\Delta AOC} * S_{\Delta AOB} = S_{\Delta ABC}$ Кошинин (СА-СГ) барабарсыздыгынан төмөнкү келип чыгат: Т дал ошондо гана максималдуу болот, качан гана төмөнкү аткарылса:$S_{\Delta AOC} = S_{\Delta BOC} = S_{\Delta AOB}$

Мейли АОР түз сызык болсун. дан эгерде АО жагын ΔAOC жана ΔAOB үч бурчтуктарынын негиздери деп эсептесек, анда В жана С чекиттеринен түшүрүлгөн перпендикулярлар барабар,б. а.$|BN| = |CK|$ Мындан АР – медиана деген келип чыгат. Ушул сыяктуу эле, ВО жана СО лор да медианалар. Ошондуктан О – медианалардын кесилишүү чекиттери.

31. Теңдемелер системасын чыгаргыла: $\begin{cases} x^3 + y^3 = 28 \\ (xy-2)(x+y) = 4 \end{cases}$.(1993-жыл. 10-класс).

Чыгаруу: $\begin{cases} x + y = a \\ xy = в \end{cases}$ белгилөөсүн жүргүзүп, $\begin{cases} a(a^2 - 3в) = 28 \\ a(в-2) = 4 \end{cases}$ системасын алабыз, анын 2-теңдемесинен в ны табабыз: $в = \frac{4}{a} + 2$, анда

$a^3 - 3a\left(\frac{4}{a+2}\right) = 28$ же $a^3 - 6в - 40 = 0$

теңдемеси келип чыгат. Аны көбөйтүүчүлөргө ажыратуу аркылуу

$a_1 = 4, в_1 = 3$

$a_2 = -2 + \sqrt{14}$, $в_2 = \frac{\sqrt{14}\left(\sqrt{14}+2\right)}{5}$,

$a_3 = -2 - \sqrt{14},$ $в_2 = \frac{\sqrt{14}\left(\sqrt{14}-2\right)}{5}$

Демек, $x_1 = 3, \quad y_1 = 1, \quad x_2 = 1, \quad y_2 = 3$.

32. Терезе тең жактуу үч бурчтук менен бүтүрүлгөн тик бурчтуктан турат. Терезенин берилген периметринде ал эң көп сандагы жарыкты киргизе тургандай терезенин тик бурчтук бөлүгүнүн бийиктигинин үч бурчтук бөлүгүнүн жагына болгон катышын аныктагыла. (1993-жыл. 11-класс).

Чыгаруу: Терезенин периметри $p = 4x + 2y$ болсун, мында *x,y* тик бурчтуктун бөлүгүнүн узуну жана бийиктиги. $\frac{y}{x}$ катышын табуу үчүн

$S(x) = x\frac{p-4x}{2} + \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$ функциясынын максимум чекитин табуу керек.

Жообу : $2-\sqrt{3}$.

33. Теңдемени чыгаргыла: $32\cos^6 x - \cos 6x = 1$.(1993-жыл . 11 – класс).

Чыгаруу: Берилген теңдемени : $1+\cos 6x - 32\cos^6 x = 0$ же

$2\cos^2 3x - 32\cos^6 x = 0\,(1)$, түрүндө жазалы. $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$

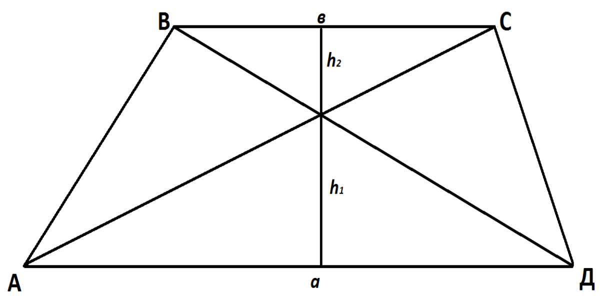
болгондуктан, (1) теңдемеден $16\cos^6 x + 9\cos^2 x - 24\cos^4 x - 16\cos^6 x = 0$ келип

чыгат. Мындан $\cos^2 x(3 - 8\cos^2 x) = 0$.

Демек, $x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ x = \pm\frac{1}{2}\left(\pi - \arccos\frac{1}{4}\right) + k\pi,\ k \in Z$.

34. Трапециянын диагоналдары аны 4 үч бурчтукка бөлөт. Эгерде негиздерге тургузулган үч бурчтуктардын аянттары S_1 жана S_2 болсо, трапециянын аянттарын тапкыла. (1993-жыл . 11 – класс).

Чыгаруу: Шарт боюнча $S_1 = \frac{ah_1}{2},\ S_2 = \frac{bh_2}{2}$. Чиймеден көрүнүп тургандай (1-сүрөт),



1-сүрөт

Трапециянын бийиктиги негиздерине тургузулган үч буртуктардын бийиктиктеринин суммасына барабар, б.а.

$h = h_1 + h_2$; $h_1 = \frac{2S_1}{a},\ h_2 = \frac{2S_2}{b},\ S = \frac{a+b}{2}h = S_1 + S_2 + 2\left[S_1\frac{b}{a} + S_2\frac{a}{b}\right]$.

$\Delta BOC \sim \Delta AOD$ болгондуктан, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{2S_1}{S_2}$, мындан

$\mathrm{S} = \mathrm{S}_1 + S_2 + 2\left(\sqrt{S_1S_2} + \sqrt{S_1S_2}\right) = \mathrm{S}_1 + 2\sqrt{S_1S_2} + S_2 = \left(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}\right)^2$ экендиги келип чыгат.

35. Теңдемени чыгаргыла: $6\sqrt{81x^2+54x+45}+6x+9x^2=35$ (1993-жыл . 10-11 – класс).

Көрсөтмө: $9x^2+6x+5=y$ жаңы өзгөрмөсүн кийрүү керек.

36. Системаны чыгаргыла. (10-класс)

$$\begin{cases} \sqrt[x-y]{x+y}=2\sqrt{3} \\ (x+y)\cdot 2^{y-x}=3 \end{cases}.$$

Чыгаруу: системанын биринчи теңдемесин *x*-*y* даражага көтөрөбүз, анда :

$$\begin{cases} x+y=2^{x-y}\left(\sqrt{3}\right)^{x-y} \\ (x+y)\cdot 2^{y-x}=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=2^{x-y}\left(\sqrt{3}\right)^{x-y} \\ x+y=2^{y-x}\cdot 3 \end{cases} \text{ мындан } \left(\sqrt{3}\right)^{x-y}=3, \quad 3^{\frac{1}{2}(x-y)}=3;$$

$$\frac{1}{2}(x-y)=1; \quad x-y=2; \quad x=y+2.$$

Табылган өзгөрүлгөнүн маанисин системанын экинчи теңдемесине ордуна коюп, y=5 ке ээ болобуз, анда *x*=7.

37. Теңдемени чыгаргыла: (10-класс)

$$3^{\lg tgx}+3^{\lg ctgx}=2$$

Чыгаруу: Теңдемедеги белгисиз x тин ээ боло ала турган маанилерин областы

$\pi n < x < \frac{\pi}{2}+\pi n$ экендигин байкайбыз.

Берилген теңдемени ага тең күчтүү болгон төмөнкү система менен алмаштырабыз:

$$\begin{cases} 3^{\lg tgx}+3^{-\lg tgx}=2 \\ \pi n < x < \frac{\pi}{2}+\pi n \end{cases},$$

Системанын биринчи теңдемесинин эки жак бөлүгүн тең $3^{\lg tgx}$ ке көбөйтөбүз, анда: $\left(3^{\lg tgx}\right)^2+1=2\cdot 3^{\lg tgx}$

$$\left(3^{\lg tgx}\right)^2-2\cdot 3^{\lg tgx}+1=0$$

Мындан $3^{\lg tgx}=1$, $\lg tgx=0$, $tgx=1,$ $x=\frac{\pi}{4}+\pi\kappa$.

Мында системанын экинчи шарты да аткарылды.

Ошентип, берилген теңдемени чыгарылышы $x = \frac{\pi}{4} + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$ болот.

Жообу: $x = \frac{\pi}{4} + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$.

38. $\left(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3}\right)^{100}$ биномунун ажыралышында рационалдуу канча мүчөсү болот? (11-класс)

Чыгаруу: Биномдун ажыратылышыннын ар кандай мүчөсүндөгү биринчи жана экинчи мүчөлөрдүн даража көрсөткүчтөрүнүн суммасы 100 гө барабар болгондуктан, $\sqrt{2}$ жана $\sqrt[4]{3}$ сандарынын даража көрсөткүчтөрү ажыратылыштын ар кандай мүчөсүндө бирдей жуптукта болот.

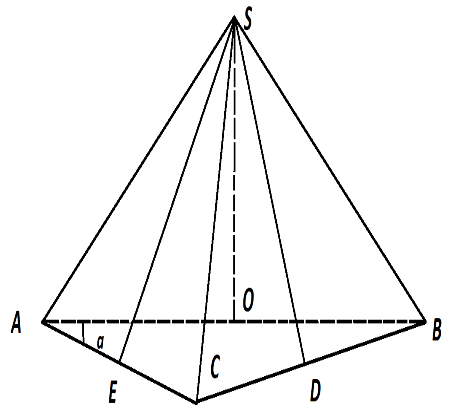
Даража көрсөткүчү 4 кө эселенүүчү болгондо гана $\sqrt[4]{3}$ санынын даражасы райионалдуу боло турганын, ал эми $\sqrt{2}$ санынын даражасы болсо даражанын көрсөткүчү жуп сан болгондо гана рационалдуу боло турганын байкоо кыйын эмес.

Мына ошентип, ажыратылыштын $\sqrt[4]{3}$ саны 4 кө эселеш даражада катышкан гана мүчөлөрү рационалдуу болушат. О дон 100 гө чейинки сандардын арасында 4 кө эселеш 26 сан бар.

Демек, биномдун ажыратылышында рационалдуу мүчөлөр да 26 болот.

39. Пирамиданын негизи тик бурчтуу үч бурчтуктан турат. Анын гипотенузасы С, тар бурчу α . Бардык каптал кырлары негизинин тегиздигине β бурчу боюнча жантайышкан. Пирамиданын көлөмүн тапкыла.

Чыгаруу: АВС үч бурчтугунун АСВ бурчу тик , ВАС бурчу α га барабар болсун (2-сүрөт) .



2- сүрөт

Пирамиданын бардык каптал кырлары анын негизинин тегиздигине β бурчу боюнча жантайышкандыктан, пирамиданын бийиктиги анын негизине сырттан, сызылган айлвнанын борбору аркылуу өтөт. Бардык каптал кырлары өз ара барабар. Пирамиданын көлөмүн табабыз:

$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot H$.

ABC тик бурчтуу үч бурчтугунан AC = c $AC = c \cdot \cos\alpha, \quad BC = c \cdot \sin\alpha$ негизинин аянты $S = \frac{c^2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{2}$. Пирамиданын бийиктигин SOB тик бурчтуу үч бурчтуктан табабыз: $SO = \frac{c}{2} \cdot tg\beta$.

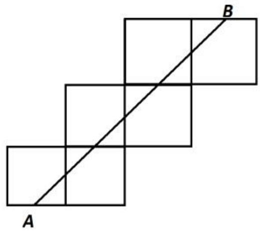
Пирамиданын көлөмү :

$V = \frac{c}{2} \cdot \frac{c^2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{2} \cdot \frac{c}{2} \cdot tg\beta = \frac{1}{24} \cdot c^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot tg\beta$.

40. Кубдун борбору аркылуу өтүүчү каалган кесилиштин аянты кубдун гранынын аянтынан кем эмес экендигин далидегиле.

Чыгаруу: Кубдун борбору аркылуу өтүүчү тегиздик менен кесилиши жактарынын саны жуп болгон симметриялуу томпок көп бурчтук болору түшүнүктүү: төрт бурчтук же алты бурчтук. Төрт болгондо кесилиштин аянты кубдун кубдун гранынынан чоң болот. Анткени, кесилиштин проекциясы кубдун граны болот. Ал эми экинчи учурда тегиздик кубдун бардык грандарын кесип өтүп, алты бурчтук пайда болот. Кубдун жайылмасы боюнча кесилиштин периметри Р үчүн төмөнкү барабарсыздык туура:

$P \geq AB = \sqrt{(3a)^2 + (3a)^2} = 3a\sqrt{2}$. Мында a кубдун кыры (3-сүрөт).



3-сүрөт

Кесүүчү тегиздик кубка ичтен сызылган сфераны радиусу $\frac{a}{2}$ болгон айлана боюнча кесип өтөт. Ошондуктан, кесилиштин аянты үчүн

$S > \frac{P \cdot \frac{a}{2}}{2} \geq \frac{3\sqrt{2}}{4}a^2 > 1{,}06a^2$ катышы орун алат, б.а. бул учурда маселеде талап кылынгандан да көбүрөөк далилденет.

41. Теңдемени чыгаргыла(11-класс).

$$\sqrt[n]{(x+1)^2} + \sqrt[n]{(x-1)^2} = 4\sqrt[n]{(x^2-1)}$$

Чыгаруу: Теңдеменин эки жагын тең $\sqrt[n]{(x+1)^2}$ ка бөлөбүз. Тиешелүү өзгүртүүлөрдөн кийин

$\sqrt[n]{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2} - 4\sqrt[n]{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2} + 1 = 0$ гө ээ болобуз, x=-1 мааниси баштапкы теңдемени канааттандырбай тургандыктан, теңдеменин тең күчтүүлүгү бузулган жок. Эми

$\sqrt[n]{\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2} = y$ белгилеп, $y^2 - 4y + 1 = 0$ теңдемесине ээ болобуз. Мындан

$y_1 = 2 + \sqrt{3} \quad y_2 = 2 - \sqrt{3}$.

$\sqrt[n]{\frac{x-1}{x+1}} = y_1$, (1) жана $\sqrt[n]{\frac{x-1}{x+1}} = y_2$, (2) келип чыгат.

теңдеменин тамыры $x_1 = \frac{1+\left(2+\sqrt{3}\right)^n}{1-\left(2+\sqrt{3}\right)^n}$, (2) теңдеменин тамыры болсо

$x_2 = \frac{1+\left(2-\sqrt{3}\right)^n}{1-\left(2-\sqrt{3}\right)^n}$. Демек, x_1 жана x_2 теңдеменин тамырлары болушат.

42. Тригонометриялык теңдемени чыгаргыла.

$4\cos^2 x - 4\cos^2 3x \cos x + \cos^2 3x = 0$

Чыгаруу: барабардыктын сол жагын cos$x$ ке карата үч мүчө катары карайбыз. Анда бул үч мүчөнүн дискриминанты

$\frac{1}{4}D = 4\left(\cos^4 3x - \cos^2 3x\right) = 0$ гө барабар болот. $D \geq 0$ барабарсыздыгынан

$\cos^2 3x \leq 0$ же $\cos^2 3x \geq 1$ барабарсыздыктары келип чыгат. Демек, мындан $\cos 3x = 0$ жана $\cos 3x = \pm 1$ эки учурдун болушу мүмкүн. Эгерде $\cos 3x = 0$ болсо, анда $\cos x = 0$ болот да , мындан $x = \frac{\pi}{2} + \pi\kappa$, $\kappa \in Z$. Бул өзгөрүлмөнүн маанилери теңдеменин тамырлары болуп эсептелет. Эгерде $|\cos 3x| = 1$ болсо, анда $\cos x = \frac{1}{2}$ теңдемесине ээ болобуз. Бул тригонометриялык жөнөкөй теңдеменин тамыры $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi\kappa$, $\kappa \in Z$. Бул маанилер да теңдемени канааттандырат.

Жообу: $\frac{\pi}{2} + \pi\kappa$; $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi\kappa$, $\kappa \in Z$.

43. a>1 , b>1 сандары үчүн $\frac{a^2}{в-1} + \frac{в^2}{a-1} \geq 8$ барабарсыздыгы туура экендигин далилдегиле.

Далилдөө: арифметикалык жана геометриялык орточолорду байланыштырган барабарсыздык боюнча

$\frac{a^2}{в-1} + \frac{в^2}{a-1} \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{в-1} \cdot \frac{в^2}{a-1}} = 2\frac{a}{\sqrt{в-1}} \cdot \frac{в}{\sqrt{a-1}}$, x>1 , болгондо

$\frac{x}{\sqrt{x-1}} \geq 2$ барабарсыздыгы орун аларын белгилөө гана калды.

44. Кайсы бир мекемеде 25 кызматчы иштейт. Алардын эч кандай экөө бирден ашык жалпы мүчөгө ээ болбогондой 5 кишиден турган 30 дан ашык комиссия түзүү мүмкүн эмес экендигин далилдегиле.

Кызматчылардын ар бир жубу бир комиссияга кириши мүмкүн. Бир комиссиянын мүчөлөрүнөн 10 түгөйдү түзүүгө болот. Натыйжада , 30 комиссия үчүн жок дегенде кызматчылардын 300 жубун алуу керек. 25 кызматчы үчүн мекемеде туп туура $\frac{25 \cdot 24}{2} = 300$ түгөйдү түзүүгө болот. Демек, 31 комиссия үчүн кызматчылар табылбай калат.

45. xxyy көрүнүшүндөгү бардык так квадрат болгон сандарды тапкыла.

Чыгаруу: *xxyy* төрт орундуу саны маселенин шартын канааттандырсын дейли. Анда бул санды

$xxyy = x \cdot 10^3 + x \cdot 10^2 + x \cdot 10 + y = 11(99x + x + y)$ көрүнүшүндө жазабыз. Мындан $x+y$ тин 11 ге бөлүнүшү керек экендиги келип чыгат. Демек, $x+y$ =11 болот.анда xxyy=121(9x+1). Эми 9x+1 сандарынын ичинде так квадрат боло турган жалгыз гана $9 \cdot 7 + 1 = 64 = 8^2$ саны бар. Ошентип, x=7, y=11-7=4, б.а. изделүүчү сан 7744 болот.

4§. Өз алдынча иштөө үчүн олимпиадалык маселелер

1. Үч бурчтук ABC да, A точкасы аркылуу өткөн жана BC жагын B жана C чекиттеринде жанып өткөн айланалардын радиустары p жана q, ал эми сыртынан сызылган айлананын радиусу R $pq = R^2$ экендигин далилдегиле.

2. Пирамиданын чокусундагы үч грандуу бурчу тик, бир чокудан чыгуучу кырлары x, y, z болсун. Эгерде $x + y + z = a$ болсо, анда x, y, z тин кандай маанилеринде пирамида эң чоң көлөмгө ээ болот?

3. Туура төрт бурчтуу призмадан призманын төмөнкү негизинин диагоналы аркылуу жана жогорку негизинин бир чокусу аркылуу өткөн тегиздик менен пирамида кесилип алынган. Бул пирамиданын каптал бети S ке барабар. Эгерде кесилишүүдө пайда болгон үч бурчтуктун чокусундагы бурчу α болсо, призманын толук бетинин аянтын тапкыла.

4. Бийиктиги негизиндеги диаметрге орто пропорциялаш болгон конус берилген. Конустун ичине шар сызууга боло тургандыгын көрсөткүлө.

5. $x^{12} + x^9 + x^4 - x + 1$ көп мүчөсү x тин бардык чыныгы маанилеринде оң болорун далилдегиле.

6. Ар кандай үч бурчтук ABC үчүн $a = b\cos C + c\cos B$ экендигин далилдегиле. Мында в,с –үч бурчтуктун жактары. B, C – үч бурчтуктун бурчтары.

7. Үч бурчтук ABC да, A точкасы аркылуу өткөн жана BC жагын B жана C чекиттеринде жанып өткөн айланалардын радиустары p жана q, ал эми сыртынан сызылган айлананын радиусу R. $pq=R^2$ экендигин далилдегиле.

8. Пирамиданын чокусундагы үч грандуу бурчу тик. Бир чокудан чыгуучу кырлары x,y,z болсун. Эгерде x+y+z=a болсо, анда x,y,z тин кандай маанилеринде пирамида эң чоң көлөмгө ээ болот?

9. Туура төрт бурчтуу призмадан призманын төмөнкү негизинин диагоналы аркылуу жана жогорку негизинин бир чокусу аркылуу өткөн тегиздик менен

пирамида кесилип алынган. Бул пирамиданын каптал бети Sке барабар. Эгерде кесилишүүдө пайда болгон үч бурчтуктун чокусундагы бурчу α болсо, призманын толук бетин тапкыла.

10. Бийиктиги негизиндеги диаметрине орто пропорциялаш болгон кесилген конус берилген.Конустун ичине шар сызууга боло тургандыгын көрсөткүлө.

11. $x^{12}-x^9+x^4-x+1$ көп мүчөсү x тин бардык чыныгы маанилеринде оң болорун далилдегиле.

12. $x_1+x_2+x_3=6$

$x_2+x_3+x_4=9$

$x_3+x_4+x_5=3$

$x_4+x_5+x_6=-3$

$x_5+x_6+x_7=-9$

$x_6+x_7+x_8=-6$

$x_7+x_8+x_1=-2$

$x_8+x_1+x_2=2$

системасын чыгаргыла.

13. Бөлүмү (0 жана минус болбогон) бүтүн сан болгон геометриялык прогрессия берилген. Эки же андан көп болгон мүчөлөрүнүн суммасы эч кандай мүчөсүнө барабар болбой тургандыгын далилдегиле.

14. Эгерде $a^2+a+1=0$ болсо $a^{14}+\frac{1}{a^{14}}=-1$ болоорун көрсөткүлө

15. Эгерде

$a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots a_n^2=p^2$

$b_1^2+b_2^2+b_3^2+\cdots b_n^2=q^2$

$a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3+\cdots+a_nb_n=pq$

болсо, $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\cdots=\frac{a_n}{b_n}=\frac{p}{q}$ экендигин далилдегиле

16. Кубду кандайдыр бир диагоналы аркылуу өткөн тегиздик менен кесишет. Бул кесилиштин аянты эң кичине мааниге ээ болсун үчүн бул тегиздик кандай жүргүзүлүш керек.

17. Пирамиданын кайчылаш кырларынын ортолорун туташтыруучу кесиндилердин бир чекитте кесилише тургандыгын далилдегиле.

18. Паралеллопипедди эки – экиден бир тегиздикте жатпаган кырларын аныктоочу үч түз сызык боюнча түзгүлө.

19. Теңдемени чыгаргыла: $\sqrt[3]{(8-x)^2} - \sqrt[3]{(8-x)(27+x)} + \sqrt[3]{(27+x)^2} = 7$

20. Ар бир гранынын жактары так болгон жана грандарынын саны так болгон грандыктын –көп грандыктын жашабай тургандыгын көрсөткүлө.

21. Тик бурчтуу параллелопипедде негизинин бир жагы а болгон жана параллелопипеддин бийиктиги с болгон параллелопипеддин негизинин башка жагы менен ага кайчылаш жаткан параллелопипеддин диагоналынын арасындагы аралыкты тапкыла.

22. АВС үч бурчтугунун ичинде М чекити берилген. М чекитинен үч бурчтуктун жактарына чейинки аралык x,y,z

$\frac{x}{h_a} + \frac{y}{h_b} + \frac{z}{h_c} = 1$ экендигин далилдегиле.

23. Бир чокудан чыгуучу биссектрисасы, медианасы жана бийиктиги боюнча үч бурчтукту түзгүлө.

24. Жагы а га барабар болгон квадраттын төрт чокусу радиустары а болгон төрт тегеректин борборлору болуп эсептелинет. Бул тегеректердин жалпы бөлүгүнүн аянтын тапкыла

25. Туюнтманы көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла.

$$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3,$$

26. Барабарсыздыгын чыгаргыла

$$|\sin x - \sin y| + \sin x \sin y \le 0$$

27. Теңдемелер системасын чыгаргыла.

$$\left.\begin{aligned} &\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = a, \\ &\sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{x^2-y^2} = a^2 \end{aligned}\right\}(a > 0)$$

28. Облустук олимпиадага катышуучулардын 15% и бир дагы маселе иштебеген , ал эми 144 ү маселелерди ката кетирип иштешкен. Бардык маселелерди туура иштегендердин бир дагы маселе иштебегендерге болгон катышы 5:3 болсо, Олимпиадага катышуучулардын санын тапкыла.

29. Теңдемелер системасын чыгаргыла

$$\begin{cases} z+y+z=2, \\ x^2y^2+z^2=14, \\ x^4+y^4+z^4=98 \end{cases}$$

30. Барабарсыздыкты далилдегиле.

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\succ\frac{9}{a+b+c}$ $\qquad (a\succ 0, b\succ 0, c\succ 0)$

31. Функциянын графигин түзгүлө.

$$y=\left\|x^2-x-6\right|+x\left|\right.$$

32. $\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}+\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a_3}}+\frac{1}{\sqrt{a_3}+\sqrt{a_4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{a_{2009}}+\sqrt{a_{2010}}}=\frac{2009}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_{2010}}}$

33. /ч бурчтуктун $h_{a,}h_{b,}h_c$ бийиктиктери боюнча анын аянтын эсептегиле

Математика боюнча сырттан өткөрүлүүчү олимпиадага тапшырмалар

35. Эгерде 2x+4y=1 болсо анда $x^2+y^2\geq\frac{1}{20}$ экендигин далилдегиле

36. Сумманы эсептегиле.

$\frac{1}{n(n+1)}+\frac{1}{(n+1)(n+2)}+\ldots+\frac{1}{(n+k-1)(n+k)}$

37. Туюнтманы көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла.

$$(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3$$

38. /ч бурчтуктун медианалары берилген. Анын жактарын тапкыла.

39. Класста 24 окуучу окуйт. Ошол класстан 3 окуучудан турган команданы канча жол менен түзүүгө болот .

40.Бардык терс эмес бүтүн n үчүн $6^{2n}+19^n-2^{n+1}$ туюнтмасы 17 ге бөлүнөрүн далилдегиле.

41.Сандарды салыштыргыла: $\sqrt{2000}+\sqrt{2002}$ жана $2\sqrt{2001}$

42.Теңдемени чыгаргыла.

$$\frac{4x}{4x^2-8x+7}+\frac{3x}{4x^2-10x+7}=1$$

43. $333^{555}+555^{333}$ т уюнтмасынын маанилери 37ге бөлүнө тургандыгын далилдегиле.

44.Трапециянын диоганалдарынын квадраттарынын суммасы,каптал жагынын квадратынын суммасы менен негиздеринин кобойтундусунун эки эселентип көбөйткөнгө барабар экендигин далилдегиле.

45.Теңдемени канааттандырган x,y ти тапкыла

$\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}+\sqrt[5]{y}+\frac{1}{\sqrt[5]{y}}=4$ x>0,y>0

46. Далилдегиле   ($n\in N$) Sinx+sin2x+…+sin nx=$\dfrac{\sin\frac{nx}{2}\sin\frac{n+1}{2}x}{\sin\frac{x}{2}}$

47.Тендештикти далилдегиле

$\cos^2 x+\cos^2 1-cos4*\cos 2=1$

48. Теңдештикти далилдегиле.

$3\left(\sin^4 2+\cos^4 2\right)-2\left(\sin^6\beta+\cos^6\beta\right)=1.$

49. /ч бурчтуктун медианалары берилген, жактарын тапкыла.

50. Теңдемелер системасын чыгаргыла.

$$\begin{cases} x+y+z=1, \\ xy+yz+zx=-4, \\ x^3+y^3+z^3=1 \end{cases}$$

51. Эгер а+в=1 болсо, анда $a^4+в^4\geq\frac{1}{8}$ экендигин далилдегиле

52. А жана В нын кайсы маанилеринде

$\frac{x^2+5}{x^3-3x-2}=\frac{A}{X-2}+\frac{B}{(X+1)^2}$ барабардыгы теңдештик болот.

53. Теңдемени чыгаргыла. $\left(1+x\right)^8+\left(1+x^2\right)^4=2x^4.$

54. Теңдештикти далилдегиле.

$\sin^4\frac{\pi}{16}+\sin^4\frac{3\pi}{16}+\sin^4\frac{5\pi}{16}+\sin^4\frac{7\pi}{16}=\frac{3}{2}$

55. /ч бурчтуктун медианалары берилген жактарын тапкыла

56. Системаны чыгаргыла.

$$\begin{cases} x+y+z=1, \\ xy+yz+zx=-4, \\ x^3+y^3+z^3=1 \end{cases}$$

57. Эгер а+в=1 болсо, анда $a^4+b^4\geq\frac{1}{8}$ экендигин далилдегиле.

58. А жана В нын кайсы маанилеринде

$\frac{x^2+5}{x^3-3x-2} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(X+1)^2}$ барабардыгы теңдештик болот.

59. Теңдемени чыгаргыла.

$(1+x)^8 + (1+x^2)^4 = 2x^4.$

60. $\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \frac{x-3}{x} + \ldots + \frac{1}{x} = \frac{3x-20}{4}$ теңдемесин натуралдык сандардын көптүгүндө чыгаргыла.

61. Сумманы тапкыла. $\frac{7}{1\cdot 8} + \frac{7}{8\cdot 15} + \frac{7}{15\cdot 22} + \ldots + \frac{7}{(7_n-6)(7_n+1)}$

62. /ч бурчтуктун $h_a, h_в, h_c$ бийиктиктери боюнча анын аянтын эсептегиле

63. Конвертте 100 фото сүрөттүн арасында изделип жаткан сүрөт бар. Конверттен тандабастан 10 сүрөт чыгарылды. Алардын арасында изделген сүрөт бар экендигинин ыктымалдыгын тапкыла.

64. Каалагандай анык сандар a,в,c,d үчүн $a^4 + в^4 + c^4 + d^4 \geq 4aвcd$ барабарсыздыгы туура экендигин далилдегиле.

66. Теңдемени чыгаргыла. $(x^2 - 6x - 9)^2 = x^3 - 4x^2 - 9x$

67. Айталы (x, y, z) -системанын чечими.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=a \\ x^2+y^2+z^2=\hat{a}^2 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{c} \end{array}\right\}$$ болсо, $x^3+y^3+z^3$ суманы тапкыла

68. Тең капталдуу трапециянын негизи АД, анын АС диагоналына барабар <CAD=<CDM=φ, мында М чекити ВСнын ортосу. Трапециянын бурчтарын тапкыла.

69. Көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла.

$x^4 - 3x^2 + 4x - 3$

70. Теңдемени чыгаргыла.

$$\frac{x^2+x+1}{x^2+2x+1} + \frac{x^2+3x+1}{x^2+4x+1} = \frac{5}{6}$$

71. Жактары a,b,c,d жана аянты S болгон төрт бурчтук берилген болсо $S \leq \frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}$ экендигин далилдегиле.

72. Барабарсыздыкты далилдегиле.

$202^{303} > 303^{202}$

73. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө.

$$\frac{a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)}{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}$$

74. Теңдемени чыгаргыла.

$$\left(x^2-x+1\right)^4-8x^2(x^2-x+1)^2+16x^4=0$$

75. Тар бурчту 15^0 болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттеринин көбөйтүндүсү анын гипотенузанын жарымынын квадратына барабар экендигин далилдегиле.

76. Бардык терс эмес бүтүн n үчүн $7\cdot 5^{2n}+12\cdot 6^n$ туюнтмасы 19 га бөлүнөрүн далилдегиле.

77. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө .

$$\frac{a^3-3a^2+4+(a^2-4)\sqrt{a^2-1}}{a^3+3a^2-4+(a^2-4)\sqrt{a^2-1}}$$

78. $10\left[(1+\sqrt{10})^{100}-(1-\sqrt{10})^{100}\right]$ санынын бүтүн сан экендигин далилдегиле.

79. Системаны чыгаргыла.

$$\begin{cases} x+y+3z \\ x^2+y^2=5z \\ x^3+y^3=9z \end{cases}$$

80. Барабардыкты далилдегиле.

$$\sin\frac{\pi}{10}\sin\frac{3\pi}{10}=\frac{1}{4}$$

81. $\left(x^2+x+1\right)+\left(x^2+2x+3\right)+\left(x^2+3x+5\right)+...+\left(x^2+20x+39\right)=4500$ теңдемесин чыгаргыла.

82. Тар бурчу 15^0 болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттеринин көбөйтүндүсү анын гипотенузасынын жарымынын квадыратына барабар экендигин далилдегиле.

83. Бардык терс эмес n үчүн $7\cdot 5^{2n}+12\cdot 6^n$ туюнтмасы 19 га бөлүнөөрүн далилдегиле.

84. Теңдемени чыгаргыла.

$$\left(x^2-x+1\right)^4-8x^2(x^2-x+1)^2+16x^4=0$$

85. Барабарсыздыкты далилдегиле.

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{в}+\frac{1}{c}<\frac{9}{a+в+c},(a<0,в<0,c<0)$$

86. Теңдемелер системаны чыгаргыла.

$$\begin{cases}x+y+z=2\\x^2+y^2+z^2=14\\x^4+y^4+z^4=98\end{cases}$$

87. Салыштыргыла. 31^{11}жана 17^{14}

88. Тар бурчу 15^0болгон тик бурчтуу үч бурчтук катеттеринин көбөйтүндүсү анын гипотенузасынын жарымынын квадратына барабар экендигине аныктагыла.

89. Теңдештикти далилдегиле.

$$tg^4\frac{p}{24}+ctg^4\frac{p}{24}+tg^4\frac{5p}{24}+ctg^4\frac{5p}{24}=3332$$

90. Системаны чыгаргыла.

$$\begin{cases}4xy=1+z^4\\x+y+1=z^2\end{cases}$$

91. Теңдеменин графигин түзгүлө. $\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{y^2+1}=\frac{2}{xy+1}$

92. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө.

$$\frac{m^3-3m^2+4+\left(m^2-4\right)\sqrt{m^2-1}}{m^3+3m^2-4+\left(m^2-4\right)\sqrt{m^2-1}}$$

93. Трапециянын паралелл эмес жактары бири-бири менен кесилишкенге улантылган жана кесилишкен чекит аркылуу негиздерине паралелл болгон түз сызык жүргүзүлгөн.

Эгер негиздеринин узундуктары а жана в га барабар болсо трапециянын диогналдарын улантканда чектелген ушул түз сызыктын кесиндисинин узундугу тапкыла.

94.Системаны чыгаргыла.

$$\begin{cases} x+y=3z \\ x^2+y^2=5z \\ x^3+y^3=9z \end{cases}$$

95.Барабардыкты далилде.

$\sin\frac{\pi}{10}\ \sin\frac{3\pi}{10}=\frac{1}{4}$

96. Теңдемени чыгаргыла. $(x^2+x+1)+(\ x^2+x+1)+(x^2+3x+5)+...+($

$x^2+20+39)=4500$

97. Графикти түзгүлө

$$y=||x^2-x-6|+x|$$

98. Теңдемени чыгаргыла.

$$6x^4-35x^3+62x^2-35x+6=0$$

99. Сумманы эсептегиле.

7+77+777+…+777…7

100. Далилдегиле.

$$\cos^2 3+\cos^2 1-\cos 4\cos 2=1$$

101. Көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла.

$$x^4-3x^2+4x-3.$$

102. Теңдештикти далилдегиле.

$$tg^4\frac{\pi}{24}+ctg^4\frac{\pi}{24}+tg^4\frac{5\pi}{24}+ctg^4\frac{5\pi}{24}=3332$$

103. Системаны чыгаргыла.

$$\begin{cases} 4xy=1+z^4 \\ x+y+1=z^2 \end{cases}$$

104. Теңдеменин графигин түзгүлө.

$$\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{y^2+1}=\frac{2}{xy+1}$$

105. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө

$$\frac{m^3-3m^2+4+\left(m^2-4\right)\sqrt{m^2-1}}{m^3+3m^2-4+\left(m^2-4\right)\sqrt{m^2-1}}$$

106. Туура тетраэдрдин кырларынын ортолоруу туура октаэдрдин чокулары болорун далилдегиле.

107. а параметр ар бир терс эмес маанилеринде барабарсыздыкты чыгаргыла.

$$4a^3x^4+4a^2x^2+32x+a+8\geq 0$$

108. sin 5x ти sinx аркылуу туюндуруп пайдп болгон формула аркылуу таблицаны пайдаланбай $\sin 36^0$ту эсептегиле.

109. Системаны чыгаргыла.

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ x^2+y^2+z^2=14 \\ x^4+y^4+z^4=98 \end{cases}$$

110. Теңдемени чыгаргыла.

$$\left(\frac{1}{\sin^8 x}+\frac{1}{\cos^2 2x}\right)\left(\sin^8 x+\cos^2 2x\right)=4\cos^2\sqrt{\frac{\pi^2}{4}-x^2}$$

111. Сумманы эсептегиле.

$$\frac{\sin 1}{\cos 0\cos 1}+\frac{\sin 1}{\cos 1\cos 2}+\frac{\sin 1}{\cos 2\cos 3}+...+\frac{\sin 1}{\cos(n-1)\cos n}$$

112. Салыштыргыла $31^{11}\text{же}17^{14}$

113. Үч бурчтуктун үч бийиктиги h_a, h_b, h_c боюнча анын аянтын тапкыла.

114. $8x\left(2x^2-1\right)\left(8x^4-8x^2+1\right)=1$ теңдемеси $[0;1]$ аралыгында канча тамырга ээ болот.

115. Функциянын графигин түзгүлө.

$$y=\left|(5-|x|)(|x|+1)\right|$$

116. а параметринин терс эмес маанилеринде барабарсыздыгын чыгаргыла.

$$4a^3x^4+4a^2x^2+32x+a+8\geq 0$$

117. эгерде $m_1, m_2, m_3, ..., m_{2001}, m_{2002}, <0$ сандары арифметикалык прог.ы түзсө анда $\frac{1}{\sqrt{m_1}+\sqrt{m_2}}+\frac{1}{\sqrt{m_2}+\sqrt{m_3}}+\frac{1}{\sqrt{m_3}+\sqrt{m_4}}+...+\frac{1}{\sqrt{m_{2001}}+\sqrt{m_{2002}}}=\frac{2001}{\sqrt{m_1}+\sqrt{m_{2002}}}$

экендигин далилдегиле.

118. Радиустары R жана r болгон өз ара кесилишүүгө эки тегеректин борборлорунун арасындагы аралык d га барабар. Алардын жалпы бөлүгүнүн аянтын тапкыла.

119. $\sqrt{10}\left[(1+\sqrt{10})^{100}-\left(1-\sqrt{10}\right)^{100}\right]$санынын бүтүн сан экендигин далилдегиле.

120. Барабарсыздыкты чыгаргыла.

$$\left\|x^3+x-3\right|-5\right|\le x^3-x+8$$

121. Сумманы эсептегиле.

$$\frac{\sin 1}{\cos 0\cos 1}+\frac{\sin 1}{\cos 1\cos 2}+\frac{\sin 1}{\cos 2\cos 3}+...+\frac{\sin 1}{\cos(n-1)\cos n}$$

122. Теңдемени чыгаргыла.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}\frac{1}{x+2}\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}=0$$

123. Трапециянын диогоналдарынын квадраттарынын суммасы каптал жактарынын квадрынын суммасынан негиздеринин көбөйтүндүсүн эки эселентип көбөйткөнгө барабар экендигин далилдегиле.

124. Теңдемени чыгаргыла.

$$\frac{x^2+x+1}{x^2+2x+1}+\frac{x^2+3x+1}{x^2+4x+1}=\frac{5}{6}$$

125. $x^3-px^2+gx-z=0$ теңдемесинин бардык тамырлары анык сандар болсун. Бул тамырлар геометриялык прогрессияны качан гана $g^3=p^3z$ болгондо гана түзөөрүн далилдегиле.

126. Бардык терс эмес бүтүн n үчүн $2n^2-3n^2+n$ туюнтмасы 6 га бөлүнөрүн далилдегиле.

127. Барабарсыздыкты далилдегиле.

$$x^4+y^4+z^4\ge xyz\left(x+y+z\right)$$

128. Трапециянын параллелө эми жактары бири-бири менен кесилишкенге чейин улантылган жана кесилишкен чекит аркылуу негиздерине параллелө болгон түз сызык жүрүзүлгөн. Эгер негиздеринин узундукатары а жана в га барабар болсо, трапециянын диогналдарын улантканда чектелген ушул түз сызыктын кесиндисинин узундугун тапкыла.

129. Барабардыкты далилдегиле

$$\frac{1}{\sin\frac{\pi}{15}}+\frac{1}{\sin\frac{2\pi}{15}}-\frac{1}{\sin\frac{4\pi}{15}}+\frac{1}{\sin\frac{8\pi}{5}}=4\sqrt{3}.$$

130. Сумманы эсептегиле.

$$1+2x+3x^2+4x^3+\ldots+(n+1)x^n$$

131. Бардык терс эмес бүтүн n үчүн $2n^2-3n^2+n$ туюнтмасы 6 га бөлүнөрүн далилдегиле.

32. Теңдемени чыгаргыла.

$$(1+x)^8+(1+x^2)^4=2x^4$$

133. Трапециянын параллелө эми жактары бири-бири менен кесилишкенге чейин улантылган жана кесилишкен чекит аркылуу негиздерине параллелө болгон түз сызык жүрүзүлгөн. Эгер негиздеринин узундукатары а жана в га барабар болсо, трапециянын диогналдарын улантканда чектелген ушул түз сызыктын кесиндисинин узундугун тапкыла.

134. /ч бурчуктун АВС да, А точкасы аркылуу өткөн жана ВС жагын В жана С чекиттеринде жанып өткөн айланалардын радиустары p жана q, ал эми сыртынан сызылган айлананын радиусу R $pq=r^2$ экендигин далилдегиле.

135. Пирамиданын чокусундагы үч гранду бурчу тик, бир чокудан чыгуучу кырлары x,y,z болсун. Эгерде x+y+z= □ болсо, анда x,y,z тин кандай маанилеринде пирамида эң чоң көлөмгө ээ болот.

136. туура төрт бурчтуу призмадан призманын төмөнкү негизинин диогоналы аркылуу жана жогорку негизинин бир чокусу аркылуу өткөн тегиздик менен пирамида кесилип алынган. Бул пирамиданын каптал бети S ке барабар. Эгерде кесилишүүдө пайда болгон үч бурчтуктун чокусундагы бурчу □ болсо, призманын толук бетинин аянтын тапкыла.

137. Бийиктиги негизиндеги диаметрге орто пропорциялаш болгон конус берилген. Конустун ичине шар сызууга боло тургандыгын көрсөткүлө,

138. $x^{12}+x^9+x^4-1$ көп мүчөсү x тин бардык чыныгы маанилеринде оң болорун далилдегиле.

139. $\frac{1}{1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\cdots$ экендигин далилдегиле.

140. $\begin{cases} x+y+z=a \\ x^2+y^2+z^2=b^2 \\ xy=z^2 \end{cases}$ теңдемесин чечкиле жана системасынын чыгарылышы оң жана түрдүү болсун үчүн a жана b кандай шартты канааттандырылыш керек.

441. $\sin(\pi\, lgx)+\cos(\pi\, lgx)-1$ тендемесин чечкиле.

442. Негиздери *BC* жана *AD* болгон *ABCD* трапециясынын *AB* жана *CD* жактарынан *К* жана *M* чекиттери тандалып алынган. Эгерде <*BAM* = <*CDK* болсо, анда <*BMA* = <*CKD* болоорундалилдегиле.

443. 30 депутаттан турган Жогорку Кенеште ар бирэки депутат достошот же касташат. Мында арбириболок 6 депутат менен касташат. Бардык үчөө эки-экиден достошкондой, же болбосо бардык учоо бири-бири менен касташкандай болгон уч бурчтук сенаторлордун жалпы санын тапкыла.

144. Каалагандай $a_1, a_2, ..., a_n$ он маанилери үчүн

$$\frac{(a_1+a_2+...+a_n)^2}{2(a_1^2+a_2^2+...+a_n^2)} \le \frac{a_1}{a_2+a_3}+\frac{a_2}{a_3+a_4}+...+\frac{a_n}{a_1+a_2}.$$ барабарсыздыгы аткарыла тургандыгын далилдегиле.

145. n сандан турган удаалаштык берилген: $a_1, a_2, ..., a_n$. Бир кадамдан кийин анны $|a_1-\alpha|, |a_2-\alpha|, ..., |a_n-\alpha|$ удаалаштыкка алмаштырышат. Мында α - каалагандай сан (α ар Түрдүү кадамдарда ар Түрдүү болушу мүмкүн). Бир нече кадамдан кийин нолдордон гана турган удаалаштыкты алууга мүмкүн экендигин далилдегиле.

146. Түрдүү радиустагы эки айлана бири-бири менен ички жагынан P чекитте жанышат. Чоң айланадагы BC хорда кичине айлана менен A чекитте жанат. PA-BPC бурчтун биссектрисасы экендигин далилдегиле.

147. n-дин каалагандай натуралдык маанисинде

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3\sqrt{2}}+\frac{1}{4\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}<2$$

барабарсыздыгы аткарыла тургандыгын далилдегиле.

148. р жана q жөнөкөй сандар болуп эсептелишет. Эгерде $x^4 - px^3 + q = 0$ тендеме бүтүн тамырга ээ болоору белгилуу болсо, анда р жана q сандарын тапкыла.

149. Тегиздикте n түз сызык жургузулгон. Ар бири түз сызык 2011 түз сызык менен кесилишет. n-дин мүмкүн болгон баардык маанилерин тапкыла.

150. АВС тар бурчтукта $A'B'C'$ чекиттер төмөнкүчо аныкталат. $\dot{A}'$ -ВС жагына Түшүрүлгөн AD бийиктиктин уландысы менен сыртына тургузулган жарым айлананын кесилиш чекити, мында ВС айлананын диаметри. Ушул сыяктуу эле B' жана C' чекиттери аныкталат $S^2_{ABC'} + S^2_{BCA'} + S^2_{ACB'} = S^2_{ABC}$. экендигин далилдегиле.

151. Теңдемени чыгаргыла.

$$\cos\pi\tfrac{x}{31}\cos2\pi\tfrac{x}{31}\cos4\pi\tfrac{x}{31}\cos8\pi\tfrac{x}{31}\cos16\pi\tfrac{x}{31} = \tfrac{1}{32}$$

152. x,y,z тин каалаган анык маанилеринде төмөнкү барабарсыздык орун алышын далилдегиле

$$4x(x+y)(x+z)(x+y+z) + y^2z^2 \geq 0$$

153. Сумманы эсептегиле.

$$7 + 77 + 777 + ... + \underbrace{77...7}_{n}$$

154. Көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла.

$$(x-4)^4 + (x+2)^4$$

155. Функциянын графигин түзгүлө.

$$y = \left\|\tilde{o}^2 + \tilde{o}\right| - 2\right|$$

156. Теңдемени чыгаргыла.

$$\frac{x^2+x+1}{x+1} + \frac{x^2+2x+2}{x+2} - \frac{x^2+3x+3}{x+3} - \frac{x^2\,4x+4}{x+4} = 0.$$

157. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө.

$$\frac{a^3(в-c)+в^3(c-a)+c^3(a-в)}{a^2(в-c)+в^2(c-a)+c^2(a-в)}$$

158. Радиусу R   болгон айланага ичтен АВС тең жакту үч бурчтугу сызылган.

M чекити айланада жаткан каалагандай чекит. Эми $MA^2 + MB^2 + MC^2$ сумасы эмнеге барабар экендигин тапкыла.

159. Эгер $\grave{a}_1, \grave{a}_2, \grave{a}_3, ..., \grave{a}_n$ сандары нөлдөн айырмалуу болуп, арифметикалык прогрессияны түзүшсө, анда $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + ... + \frac{1}{a_{n-1} a_n} = \frac{n-1}{a_1 a_2}$ экендигин далилдегиле.

160. Барабарсыздыкты далилдегиле.

$$x^4 + y^4 + z^4 \geq xyz(x + y + z)$$

161. Теңдемени чыгаргыла.

$$\left(\frac{1}{\sin^8 x} + \frac{1}{\cos^2 2x}\right)\left(\sin^8 \tilde{o} + \cos^2 2x\right) = 4\cos^2 \sqrt{\frac{\pi^2}{4} - x^2}$$

162. Функциянын графигин түзгүлө.

$$y=|||x-2|-2|-2|$$

163. Системаны чыгаргыла.

$$\begin{cases} x + y + z = 2, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 14, \\ x^4 + y^4 + z^4 = 98. \end{cases}$$

164. $2^{60} + 7^{30}$ нын 13 кө бөлүнүшүн далилдегиле.

165. Тик призманын негизинин параллелө жактары АД=39см жана ВС=22см, ал эми параллелө эмес жактары АВ=26см, жана СД=25см болгон трапеция. AA_1CC_1 кесилишинин аянты $400 см^2$ ка барабар. Призманын көлөмүн тапкыла.

166. Графикти түзгүлө

а) $y = x|x| + 2|x - 2| + 1.$ б) $y = |x^2 - x - 6| + x$.

167. Теңдемени чыгаргыла.

$$\frac{4x}{4x^2 - 8x + 7} + \frac{3x}{4x^2 - 10x + 7} = 1$$

168. Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө.

$$\frac{a^3 - 3a^2 + 4 + (a^2 - 4)\sqrt{a^2 - 1}}{a^3 + 3a^2 - 4 + (a^2 - 4)\sqrt{a^2 - 1}}$$

169. Барабарсыздыкты чыгаргыла.

$$\left| |x^3+x-3|-5 \right| \le x^3-x+8$$

170. Сумманы эсептегиле.

$$\frac{\sin 1}{\cos 0\cos 1}+\frac{\sin 1}{\cos 1\cos 2}+\frac{\sin 1}{\cos 2\cos 3}+...+\frac{\sin 1}{\cos(n-1)\cos n}$$

171. Салыштыргыла 31^{11} *же* 17^{14}

172. $x^3-px^2+qx-2=0$ теңдеменин бардык тамырлары анык сандар болсун. Бул тамырлар геометриялык прогрессияны $q^3=p^3r$ болгондо гана түзөөрүн далилде.

173. Бардык терс эмес бүтүн n үчүн $2n^2-3n^2+n$ туюнтмасы 6 га бөлүнөрүн далалдегиле.

174. Барабарсыздыкты далилдегиле.

$$x^4+y^4+z^4 \ge xyz(x+y+z)$$

175. Трапециянын паралеллө эки жактары бири-бирине кесилишкенге чейин улантылган жана кесилишкен чекит аркылуу негиздерине паралеллө болгон түз сызык жүргүзүлгүн. Эгер негиздеринин узундуктары а га жана в га барабар болсо трапециянын диогналдарын улантканда чектелген ушул түз сызыктын кесиндисинин узундугун тапкыла.

176. Үч бурчтуктун медианары берилген жактарын тапкыла.

177. Эгер $a_1,a_2,a_3,...,a_n$ оң жана $a_1,a_2,a_3,...,a_n$=1 болсо, анда $(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)...(1+a_n)\ge 2^n$ экендигин далилдегиле.

178. Функциянын графигин түзгүлө. $y=|x^2-1|+|x^2-9|$

179. Теңдемени чыгаргыла. $2\left(x^2+\frac{4}{x^2}\right)+3\left(x-\frac{2}{x}\right)-13=0$

180. $\sin^4 x-2\cos^2 x+a^2=0$ теңдемеси чечимге ээ болсо турган а нын бардык маанилерин аныктагыла. Бул чечимдерди тапкыла.

181. Теңдеменин системасын чыгаргыла.

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}=a\\ \sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{x^2-y^2}=a^2\end{array}\right\}(a\rangle 0)$$

182. Эгерде а+в=1 болсо, анда $a^4+b^4\ge\frac{1}{8}$ боло тургандыгын далилдегиле.

183. $\frac{x-1}{x}+\frac{x-2}{x}+\frac{x-3}{x}+...+\frac{1}{x}=\frac{3x-20}{4}$ теңдемесин натуралдык сандардын көптүгүндө чыгаргыла .

184. Эгер а, в, с оң сандары арифметикалык прогрессияны түзсө, анда $\frac{1}{\sqrt{в}+\sqrt{c}};\frac{1}{\sqrt{c}+\sqrt{a}};\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a}}$ сандары дагы арифметикалык прогрессияны түзөрүн далилдегиле.

185. Айлананын диаметри ВС болсун. ВС га перпендикулярдуу болгон хорда XY болсун. Р га жана М га чекиттер XY жана CY терден CY││BP жана PM││ XC болгондой тандалып алынган. K-CX жана PB лардын кесилиш чекити болсун. PB=MK экенин далилдегиле.

186. Барабардыкты далилде. $\frac{1}{\sin\frac{П}{15}}+\frac{1}{\sin\frac{2П}{15}}+\frac{1}{\sin\frac{4П}{15}}+\frac{1}{\sin\frac{8П}{5}}=4\sqrt{3}$

187.Сумманы эсептегиле.

1+2x+3x ^{2}+4$x^3+...+(n+1)x^n$

188.Бардык терс эмес бүтүн n үчүн 2n^3–3n^2+n туюнтмасы 6га бөлүнөөрүн далилдегиле

189.Теңдемени чыгаргыла.

(1+x)^8+$(1+x^2)^4=2x^4$

190. Теңдемени чыгаргыла.

$$\left(\frac{1}{\sin^8 x}+\frac{1}{\cos^2 2x}\right)\left(\sin^8 x+\cos^2 2x\right)=4\cos^2\sqrt{\frac{\pi^2}{4}-x^2}$$

191. Жактары a, в, c, d жана аянты болгон төрт бурчтук берилген болсо

$S\le\frac{a+c}{2}.\frac{б+d}{2}$ экендигин далилдегиле.

192. Айталы (x,y,z) -системанын чечими

$$\left.\begin{aligned}&x+y+z=a,\\&x^2y^2+z^2=b^2,\\&\tfrac{1}{x}+\tfrac{1}{y}+\tfrac{1}{z}=\tfrac{1}{c},\end{aligned}\right\},\qquad x^3+y^3+z^3$$ сумманы тапкыла.

193. Теңдеменин графигин түзгүлө.

$$\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{y^2+1}=\frac{2}{xy+1}$$

194. $\cos^6 x+\sin^6 x=a$ экендигин билип, $\cos^4 x+\sin^4 x$ ти тапкыла

195. Сумманы эсептегиле.

$$\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\ldots+\frac{1}{(x+2005)(x+2006)}$$

196. Таблицаны пайдаланбай эсептегиле.

$$128 \quad \sin^2 20^0 \sin^2 40^0 \sin^2 60^0 \sin^2 80^0$$

197. Системаны чыгаргыла.

$$\begin{cases} x+y+z=2. \\ x^2+y^2+x^2=14. \\ x^4+y^4+z^4=98. \end{cases}$$

198. Теңдемени чыгаргыла .

$$\left(\frac{1}{\sin^8 x}+\frac{1}{\cos^2 2x}\right)\left(\sin^8 x+\cos^2 2x\right)=4\cos^2\sqrt{\frac{\pi^2}{4}-x^2}$$

199. Сумманы эсептегиле.

$$\frac{\sin 1}{\cos 0\cos 1}+\frac{\sin 1}{\cos 1\cos 2}+\frac{\sin 1}{\cos 2\cos 3}+\ldots+\frac{\sin 1}{\cos(n-1)\cos n}$$

200. Салыштыргыла $31^{11}\, же\, 17^{14}$

201. /ч бурчтуктун үч бийиктиги $h_{a,} h_{b,} h_c$ боюнча, анын аянтын эсептегиле.

202. Теңдемени чыгаргыла.

$$\frac{30}{x^3\sqrt[3]{35-x^3}}=x+\sqrt[3]{35-x^3}$$

203. Теңдештикти далилдегиле.

$$tg^4\frac{p}{24}+ctg^4\frac{p}{24}+tg^4\frac{5p}{24}+ctg^4\frac{5p}{24}=3332$$

204. Графигин түзгүлө.

$$y=\left|\left||x|-2\right|-2\right|$$

205. Теңдеменин системасын чыгаргыла.

$$\left.\begin{matrix} x^4+x^2y^2+y^4=91 \\ x^2-xy+y^2=7 \end{matrix}\right\}$$

206. x^8+x^4+1 көп мүчөсүн үч көбөйтүүчүгө ажыраткыла.

207. a,b жана c оң сандар $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ шартын канааттандырат.

(a-1)(b-1)(c-1)≥ 8 барабарсыздыгын далилде.

208. $a^2+b^2+c^2$ саны a+b+c саны болунсун,мында a,b жана c натуралдык сандар. a^3, b^3 жана c^3 сандардын ичинен кандайдыр бир эки сан a+b+c санына болуудо. Окшош калдыктарды бере тургандыгын далилде.

209. $p^n+144=m^2$ тендемени канааттандырган бардык m,n жана p натуралдык Сандарды тапкыла ,мында p жөнөкөй сан болуп саналат.

210. Бардык $x, y \in R$ үчүн төмөнкү шартты каанаттандырган бардык $f: R \to R$ функцияларын тапкыла $f(x^3)+f(y^3)=(x+y)\cdot(f(x^2)+f(y^2)-f(xy))$.

211. I- ABC үч бурчтукка ичтен сызылган айлананын борбору болсун. X жана Y чекиттер AB жана AC кесиндилеринде $|BX|\cdot|AB|=IB^2$ жана $|CY|\cdot|CA|=IC^2$ аткарылгандай болуп жатышат. X, Y, I чекиттер бир түз сызыкта жатышарын билип туруп, A бурчтун мүмкүн болгон бардык маанилерин тапкыла.

212. Натуралдык сандардын маанилеринде $(n+1)^k-1=n!$ тендеменин бардык чыгарылыштарын тапкыла.

213. $a^3+2010b^3=c^4$ теңдеме натуралдык сандардын көптүгүндө чексиз чыгарылышка ээ экендыгин көрсөткүлө.

214.ABC тар үч бурчтукта A',B',C' чекиттер төмөнкүчө аныкталат. A'-BC жагына түшүрүлгөн AD бийиктиктин уландысы менен сыртына тургузулган жарым айлананын кесилиш чекити, мында BC айлананын диаметри. Ушул сыяктуу эле B' жана C'' чекиттери аныкталат. $S^2_{ABC'}+S^2_{BCA'}+S^2_{ACB'}=S^2_{ABC.}$ экендигин далилдегиле.

215. a,b жана c оң сандар $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1.$шартын канааттандырат. (a-1)(b-1)(c-1)≥8.

Барабарсыздыгын далилдегиле.

216. $a^2+b^2+c^2$ саны a+b+c санына болунсун, мында a,b жана c натуралдык сандар. a^3, b^3 жана c^3 сандардын ичинен кандайдыр бир эки сан a+b+c санына бөлүүнүдө окшош калдыктарды бере тургандыгын далилдегиле.

217. $\left(x^2+y^2-4\right)^2\left(xy-1\right)^2+\sqrt{y^2-x^2}=0$ тендеменин чыныгы сандардын көптүгүндө чыгарылышын тапкыла.

Пайдаланылган адабияттар

1. Барышникова Т.Л., Мамаюсупов М.Ш.,Пособие для решающих нестандартные задачи. Многочлены. Уравнения. Ош -2003 г.
2. Алтыбаева М., Тагаев Ү., Абдыназарова Г., Мтематика боюнча олимпиадалык маселелер.,Ош-2002 ж.
3. Болжиев Б.А., Уралиев А.А., Республиканская олимпиада школөников п оматематике.,Бишкек.,2005 г.
4. Степанов В.Д., “Активизация внеурочной работы по математике в средней школе”.М. “Просвещение”. 1989г.
5. Виленкин Н. Я., О.С., О.С.Ивашев-Мусатов, и др. «Алгебра и математический анализ», уч.пособие с углуб. изучением математики. Бишкек, Кыргызстан, 1995г.
6. М.Алтыбаева, /.Тагаев, Г.Абдыназарова. Математика боюнча олимпиадалык маселелер. Ош 2002
7. И.Бекбоев, А.Айылчиев. Геометрия курсунун жаңы окуу китебиндеги «татаалырак» маселелердин чыгарылыштары. Бишкек – 2001.
8. Г.А.Галөперин, А.К.Толпыго. Московские математические олимпиады. М.1986
9. «Республиканская олимпиада школөников по математике за 2003-2012» Бишкек 2012 аттуу китептерди пайдаландык.
10. Т.Барышникова, Б.Мамаюсупова. Пособие для решающих нестандартные задачи. Многочлены. Уравнения. Ош-2003.